Lycée secondaire Tataouine 07/12/2013	**Devoir de synthèse n°1** Mathématiques	Classes : 3ème Tec 1 ; 2 Prof : Bouabid-B Durée : 2 heures

Le sujet comporte 2 pages numérotées de 1/2 à 2/2

<u>Exercice n°1(6pts):</u>

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant a la réponse choisie

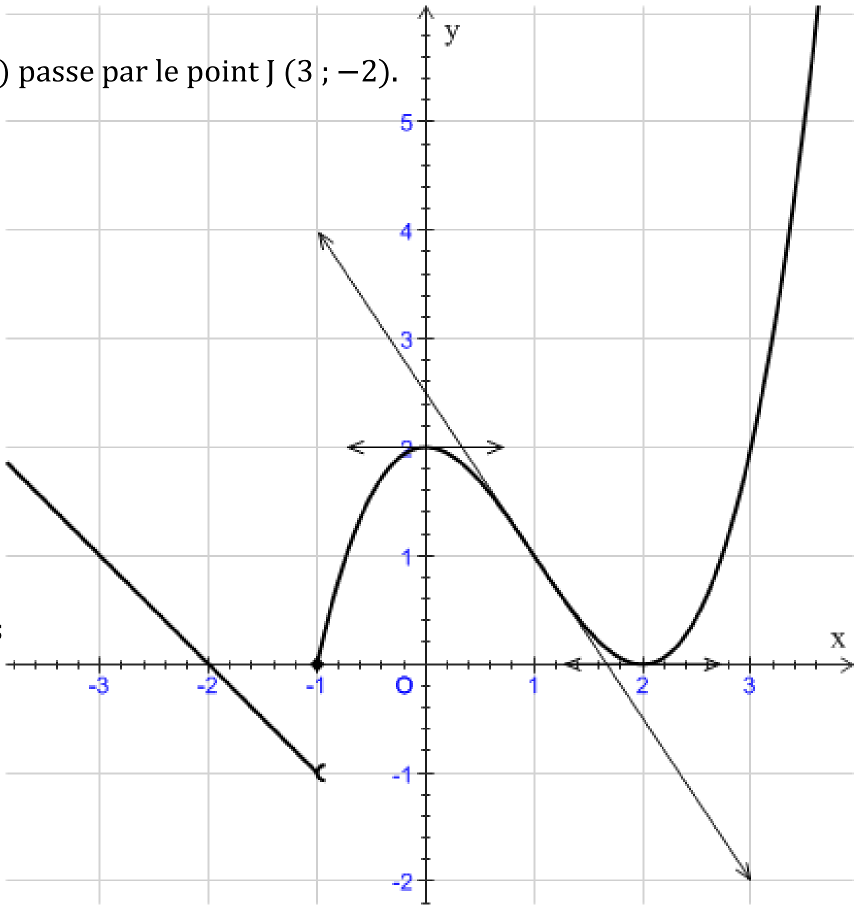
Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse incorrecte ou l'absence de réponse vaut 0 point.

Soit f la fonction définie sur IR dont la représentation graphique, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ est la courbe *(C_f)* ci-dessous. On donne :

*La courbe (C_f) admet en chacun des points B(0;2) et C(2;0) une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

*La tangente à la courbe (C_f) en A(1 ;1) passe par le point J (3 ; −2).



1)f(3)=

a) 3 b) *2* c) *-2*

2) f '(0) =

a)0 b) 2 c) -1

3) f '(1)=

a)0 b) 1 c) $-\frac{3}{2}$

4) $\lim_{x\to -1^-} f(x) =$

a) -1 b) 0 c) n'existe pas

5) $\lim_{x\to -1^+} \frac{1}{f(x)} =$

a) -1 b) 0 c) $+\infty$

6) L'équation f(x) = 0 admet :

a) une seule solution b) deux solutions c) trois solutions

Exercice n°2(6pts)

Soit f la fonction définie par $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2+x-3}{x-1} & \text{si } x\in\left]-\infty;1\right[\\[2ex] \dfrac{\sqrt{x+3}+3}{x} & \text{si } x\in\left[1;+\infty\right[\end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-2x\right)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) a / Calculer $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$

b /f est-elle continue en 1 ?

4) Déterminer le domaine de continuité de f

5) a / Montrer que f est dérivable en 0 et donner $f'(0)$

b / Donner l'équation de la tangente a la courbe de f en A(0 ;3)

Exercice n°3(3pts)

1) Montrer que :

a / $\sin(\frac{\pi}{2}-x)+\cos(\frac{\pi}{2}+x)+\cos(\pi+x)+\sin x=0$

b / $\cos\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{3\pi}{8}+\cos\frac{7\pi}{8}+\sin^2\frac{\pi}{8}=1$

2) Résoudre dans IR : $2\cos^2 x-3\cos x+1=0$

Exercice n°4(5pts)

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

1) Calculer $f(0)$ et $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$

2) Montrer que $f\left(\frac{11\pi}{12}\right)=\frac{3}{2}$

3) a / Montrer que pour tout réel x on a : $f(x)=2\sqrt{3}\cos^2 x-\sqrt{3}$

b / En déduire que $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)=-\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

c / En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

d / Résoudre dans IR : $f(x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$; $\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$

$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$; $\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$

$\boxed{\cos(2a)=\cos^2 a-\sin^2 a=2\cos^2 a-1=1-2\sin^2 a}$ $\boxed{\sin(2a)=2\sin a\cos a}$