Lycée de Mateur
DUREE 2 H

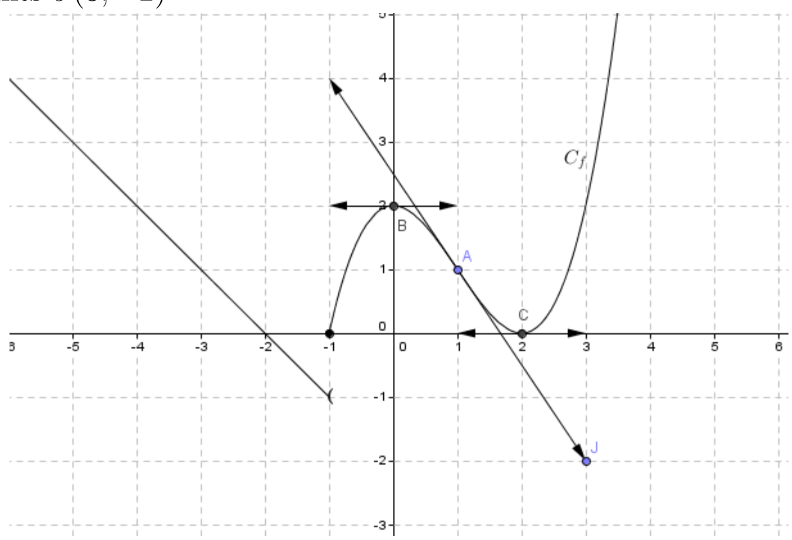
DEVOIR DE SYNTHESE N°1

2014/2015

SAIDANI MOEZ
3 TECHNIQUE

EXERCICE N°1 ....(6 *points*)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est la courbe C_f ci-dessous. On donne :
*La courbe C_f admet en chacun des points $B(0,2)$ et $C(2,0)$ est une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
*La tangente à la courbe C_f en $A(1,1)$ passe par le points $J(3,-2)$



1) $f(3) =$
 a) 3 b) 2 c) -2
2) $f'(0) =$
 a) 0 b) -1 c) 2
3) $f'(1) =$
 a) 0 b) 1 c) $-\dfrac{3}{2}$
4) a) $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$
 a) -1 b) 0 c) n'existe pas
5) $\lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{1}{f(x)}$
 a) -1 b) 0 c) $+\infty$
6) $f(x) = 0$ possède :
 a) 1 solution b) 2 solutions c)3 solutions

EXERCICE N°2 ....(6 *points*)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2 + x - 3}{x - 1} & \text{si } x \in]-\infty, 1[\\ \dfrac{\sqrt{x+3} + 3}{x} & \text{si } x \in [1, +\infty[\end{cases}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) - 2x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
3. (a) Calculer $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$.
   (b) f est-elle continue en 1 ?
4. Déterminer le domaine de continuité de f
5. (a) Montrer que f est dérivable en 0 et donner $f'(0)$
   (b) Donner l'équation de la tangente à la courbe de f en $A(0,3)$
   (c) i. Donner l'approximation affine de $f(x)$ pour x voisin de 0
       ii. Déduire la valeur $f(0.01) \approx ?$

EXERCICE N°3 ....(3 *points*)

1. Montrer que :

   (a) $\sin(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(\frac{\pi}{2} + x) + \cos(\pi + x) + \sin x = 0$

   (b) $\cos\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{3\pi}{8} + \cos\frac{7\pi}{8} + \sin^2\frac{\pi}{8} = 1$

2. Calculer $\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$

EXERCICE N°4 ....(5 *points*)

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{6}) + \sin(2x + \frac{\pi}{3})$

1. Calculer $f(0)$ et $f(\frac{\pi}{4})$

2. Montrer que $f(\frac{11\pi}{12}) = \frac{3}{2}$

3. (a) Montrer que pour tout réel x on a :$f(x) = 2\sqrt{3}\cos^2 x - \sqrt{3}$

   (b) En déduire que $\cos(\frac{11\pi}{12}) = -\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

   (c) En déduire la valeur exacte de $\cos(\frac{\pi}{12})$

   (d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ $f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

BON COURAGE