-Lycée : Elamel Fouchana

-Prof : B. Zouhaier

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

-Classe : 3éme T1
-Date : 07/03/2013
-Durée : 2h

Exercice n°1 : (3points)

Cocher la réponse exacte en justifiant la réponse

1. $\lim_{x\to 1}\frac{x^4+x^3-2}{x-1} =$
   a) 0 ; b) 7 ; c) 1
2. Si z est un nombre complexe d'argument $\frac{\pi}{3}$ alors $\arg\left(\frac{z^2}{\bar{z}}\right)=$
   a) $\pi + 2k\pi$; b) $\frac{\pi}{3} + 2k\pi$; c) $-\frac{\pi}{3} + 2k\pi$
3. Si A, B , C et D sont quatre points du plan tels que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ alors
   a) C=D ; b) (AB) // (CD) ; c) (AB) ⊥ (CD)

Exercice n°2 : (7points)

I/Soit g la fonction définie sur IR\ {1} par $g(x) = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

1. Calculer $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat
2. Calculer $\lim_{x\to 1} g(x)$
3. a)Résoudre dans IR l'équation g(x) = 0
   b) Donner suivant les valeurs de x le signe de g(x)

II/Soit f la fonction définie sur IR\ {1} par $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé

1. a)Montrer que Δ : y = x+1 est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de -∞ et au voisinage de +∞
   b) Etudier la position de (C_f) et Δ
2. a)Montrer que f est dérivable sur IR\ {1} et que f'(x) = g(x)
   b) Dresser le tableau de variation de f
3. a)Ecrire l'équation de la tangente T à (C_f) au point d'abscisse 3
   b)Existe –t-il des points de (C_f) ou la tangente est parallèle à Δ ?

Exercice n°3 : (6points)

$(O ;\vec{u};\vec{v})$ désigne un repère orthonormé du plan complexe .A, B et C trois points d'affixes respectives $(1+i\sqrt{3})$; $(1 – i)$ et $(-2+i\sqrt{3})$

1. a)Ecrire z_A et z_B sous forme trigonométrique

b)Déduire la forme trigonométrique de $\frac{z_A}{z_B}$

2. a)Ecrire $\frac{z_A}{z_B}$ sous la forme algébrique

   b)Déduire la valeur exacte de $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

3. a)Montrer que ABC est un triangle rectangle en A

   b) Déterminer l'affixe du point D pour que ABDC soit un rectangle

4. Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tel que $\left|\frac{\bar{z}}{z-1+i}\right| = 1$

<u>Exercice n°4 : (4points)</u>

Dans le plan on considère un triangle équilatéral ABC tel que AB= 3.
Soit I le milieu de [BC] et D le symétrique de C par rapport à B.

1. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{IC}$
2. Soit J le milieu de [AD]. Montrer que : $\overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{AC} = 0$.
3. Soit $(\mathcal{E})$l'ensemble des points M du plan tels que $MC^2 - 2MB^2 = -9$

   a)Vérifier que A appartient à $(\mathcal{E})$

   b) Montrer que D est le barycentre des points pondérés (C,1) et (B,–2)

   c) Determiner l'ensemble $(\mathcal{E})$