

Lycée Pilote du Kef	<b>Devoir de Synthèse N° 3</b>	Classe : 3 Sc 2
Prof : Amor Rejbi		Durée : 3 Heures

### Exercice 1

Soit  $(U_n)$  une suite définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{1 + U_n} \end{cases}$$

- 1) Montrer que pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $0 < U_n \leq 1$ .
- 2) Etudier la monotonie de  $(U_n)$ .
- 3) On pose  $V_n = \frac{1}{U_n}$ 
  - a) Calculer  $V_0$  et  $V_1$ .
  - b) Montrer que  $V_n$  est une suite arithmétique.
  - c) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 4) Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

### Exercice 2

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x - 1 - \frac{2}{x-2}$

- 1) Déterminer le domaine de définition de  $f$ .
- 2) a) Etudier les variations de  $f$ .  
b) Donner les équations des asymptotes à  $\mathcal{C}_f$  la courbe de  $f$ .
- 3) Déterminer une équation de la tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 3.
- 4) Tracer  $\mathcal{C}_f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 5) Soit  $g(x) = \frac{x^2 - 3x}{|x-2|}$

Déduire à partir de  $\mathcal{C}_f$  la courbe de  $g$ .

### Exercice 3

Une urne contient 9 boules : 3 boules rouges numérotées  $-1, -1, 1$  ; deux boules vertes numérotées  $-2, 2$  et 4 boules blanches numérotées  $1, -2, 2, 2$ . toutes les boules sont indiscernables au toucher.

- 1) On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne  
Calculer la probabilité des événements suivants :  
A : « Avoir trois boules de même couleur »  
B : « Avoir trois boules dont le produit des numéros marquer sur ces 3 boules est négatif »  
C : « Avoir trois boules de même couleur et donnant un produit négatif »

D : « Avoir trois boules de même couleur ou donnant un produit négatif »

2) On tire maintenant 3 boules successivement et avec remise.

Calculer la probabilité des événements suivants :

E : « Avoir trois boules de 3 couleurs différentes »

F : « Avoir trois boules de 3 couleurs différentes dont la première est rouge »

G : « Avoir un produit négatif dont une seule parmi les trois boules est numérotée -2 »

#### **Exercice 4**

$(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  un repère orthonormé de l'espace.

Soient les points :  $A(2, -3, 4)$  ;  $B(-3, 1, 2)$  et le vecteur  $\vec{U} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

1) Donner une représentation paramétrique de la droite D passant par A et de vecteur directeur  $\vec{U}$ .

2) Déterminer une équation cartésienne du plan P passant par B et perpendiculaire à D.

3) Soit H le projeté orthogonal de A sur P.

a) Déterminer les coordonnées de H.

b) Calculer la distance de A au plan P.

4) a) Quel est le projeté orthogonal de B sur D.

b) Calculer la distance de B à la droite D.

#### **Exercice 5**

$(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  un repère orthonormé de l'espace.

Soient les plans P :  $2x - y + z + 1 = 0$  et Q :  $y + z - 8 = 0$ .

1) Montrer que P et Q sont perpendiculaires.

2) Soit le point A(-1, 5, 3).

a) Vérifier que A est point de Q.

b) Déterminer la distance du point A au plan P.

*Bon Travail*