Lycée Thelepte — Juin 2012

Devoir de synthèse n°3

Mathématiques
Durée : 3h

Mr.Hafsi Salem — **3 ème Sc**

Exercice1 : *(3 pts)*

Donner la réponse correcte. Aucune justification n'est demandée.

1) Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $U_n = -(2)^n$.

   a) (U_n) est décroissante ; b) (U_n) converge vers 0 ; c) (U_n) est divergente.

2) L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. L'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ passant par O et de vecteur normal $\vec{k}$ est :

   a) $\mathcal{P}: z = 0$; b) $\mathcal{P}: x + y = 0$; c) $\mathcal{P}: x + y = 1$.

3) Soient A et B deux évènements d'une expérience aléatoire. Si A et B sont incompatibles alors :

   a) $P(A \cup B) = p(A) + p(B)$; b) $P(A) = 1 - p(B)$; c) $P(A \cup B) = 1$.

Exercice2 : *(6pts)*

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 2}{U_n + 4} \end{cases}$; $n \in IN$.

1) a) Calculer U_1 et U_2

   a) Déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Montrer par récurrence que pour tout $n \in IN$, $0 < U_n < 1$.

3) Montrer que pour tout entier naturel n, $U_{n+1} - U_n = \dfrac{(1 - U_n)(U_n + 2)}{U_n + 4}$.

   En déduire que la suite (U_n) est décroissante.

4) On pose pour tout entier naturel n, $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 2}$.

   a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$.

   b) Déterminer V_n en fonction de n puis $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$.

   c) Montrer que pour tout entier naturel n, $U_n = -\frac{1+2V_n}{V_n - 1}$

   d) Déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

Exercice3 :(6pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

On considère les points $A(3, 0, 6)$ et $B(0, 0, 6)$ et le plan P d'équation : $2y + z - 6 = 0$.

On désigne par Δ la droite passant par A et B.

1) $a/$ Vérifier que Δ est incluse dans P.

   $b/$ Soit Q le plan contenant Δ est perpendiculaire à P. Montrer que $\vec{n}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal de Q.

   En déduire une équation cartésienne de Q.

2) Soit le point $C(0, -1, 3)$.

   $a/$ Montrer que B est le projeté orthogonal de C sur Δ.

   $b/$ Déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonal de C sur P.

   $c/$ Ecrire une équation cartésienne du plan (BCH).

   $d/$ Vérifier que (BCH) est perpendiculaire à P et à Q.

Exercice4 : *(5pts)*

Une urne contient : $\begin{cases} \text{4 jetons blancs numérotés : 1, 2, 2, 3} \\ \text{3 jetons rouges numérotés : 1, 2, 2} \\ \text{5 jetons noirs numérotés : 1, 1, 2, 2, 3} \end{cases}$

1. On tire simultanément 4 jetons de l'urne.

   Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

   A : « avoir 4 jetons de même couleur »

   B : « avoir la somme des numéros des jetons tirés égale à 6 »

   C : « avoir 4 jetons de même couleur et dont la somme des numéros est égale à 6 »

   D : « avoir 4 jetons de même couleur ou la somme des numéros est égale à 6 »

2. On tire successivement sans remise 4 jetons de l'urne.

   Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

   E : « avoir 4 jetons de même couleur »

   F : « avoir au plus deux jetons numéro 1 »