Lycée : Fourati – Mustafa

Classe : 3Sc 1-2

Devoir de synthèse n°3 :

Exercice n° 1 : pour chaque question deux affirmations sont proposées. Indiquer si elles sont

Vraies ou fausses en justifiant la réponse.

Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Question 1 : Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k}\right)$

On considère : le plan $P: x-y-z-2=0$ et la droite Δ : $\begin{cases} x=-3-2t \\ y=2t \\ z=1+2t \end{cases}$; $t\in\mathbb{R}$

Affirmation 1 : la droite Δ est orthogonale au plan P. **0,75**

Affirmation 2 : $P\cap\Delta=\{A(-5\,;2\,;3)\}$ **0,75**

Question 2 : On désigne par A et B deux évènements **indépendants** d'un univers muni d'une loi de probabilité P.

On sait que : $P(A\cup B)=0{,}8$ et $P(\overline{A})=0{,}6$

Affirmation 1 : $P(A)=0{,}2$ **0,75**

Affirmation 2 : $P(B)=\frac{2}{3}$ **0,75**

Question 3 : on considère une suite $(U_n)_{n\geq0}$ dont aucun terme n'est nul.

On définit la suite $(V_n)_{n\geq0}$ par : $V_n=\frac{-2}{U_n}$

Affirmation 1 : si $(U_n)_{n\geq0}$ est minorée par 2 , alors $(V_n)_{n\geq0}$ est minorée par -1

0,75

Affirmation 2 : si $(U_n)_{n\geq0}$ est décroissante, alors $(V_n)_{n\geq0}$ est croissante

0,75

Exercice n° 2 : Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k}\right)$ On considère :

Le plan P : $3x+y-z-1=0$ et la droite $\Delta : \begin{cases} x=1-t \\ y=2t \\ z=2-t \end{cases}$; $t \in ‘$

1-a-le point C (1 ; 3 ;2) est – il un point de P ? **0,5**

b-démontrer que $\Delta \subset P$ **0,75**

2-soit Q le plan passant par C et orthogonal à Δ

a-montrer que Q : $-x+2y-z-3=0$ **1pt**

b-déterminer les coordonnés du point H , point d'intersection de Q et Δ

H(0,2,1) **0,75**

c-montrer que CH = $\sqrt{3}$ **0,5**

3-soit t un nombre réel et M le point de Δ de coordonnés (1 – t ; 2t ; 2 – t)

a-montrer que : $CM^2 = 6t^2-12t+9$ **0,75pt**

b-dresser le tableau de variations de la fonction f définie sur ‘ par : f $(t)=6t^2-12t+9$ 1**pt**

c-retrouver alors la valeur de CH **0,75**

Exercice n° 3 :

(5pt) on définit la suite (U_n) sur ¥ par :

$$\begin{cases} U_0 = \dfrac{1}{4} \\ U_{n+1} = U_n(2-U_n) \end{cases}$$

1- a-montrer par récurrence que :$\forall\ n \geq 0$ on a : $0 < U_n < 1$ **1pt**

b-montrer que la suite (U_n)est croissante. **0,75**

c-en déduire que : $\forall\ n \geq 0$ on a : $1-U_n \leq \dfrac{3}{4}$ **0,5**

2- pour tout entier naturel n, on pose : $V_n = 1-U_n$

a-vérifier l'égalité : $\forall n \geq 0$; $V_{n+1} = {V_n}^2$ **0,5**

b-en déduire que : $\forall\ n \geq 0$ on a : $V_{n+1} \leq \dfrac{3}{4} V_n$ **0,75**

3-a-montrer par récurrence que :$\forall\ n \geq 0$ on a : $|1-U_n| \leq \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n+1}$ **0,75**

b-en déduire que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite **0,75**

Exercice n° 4 : **un matin** de classe, un professeur M arrive au lycée en retard seulement lorsqu'il est

victime de deux événements **indépendants**

R_1 : « il n'entend pas son réveil sonner »

R_2 : « sa voiture tombe en panne »

Le tableau suivant résume ses retards pendant 100 jours de travails

Cause du retard	il n'entend pas son réveil sonner	sa voiture tombe en panne
Nombre de jours	10	5

1-a-vérifier les résultats suivants : $P(R_1)= 0,1$; $P(R_2)= 0,05$; $P(R_1 \cap R_2)= 0,005$ **0,5 x 3**

b-soit l'événement R : « un matin, le professeur M arrive au lycée en retard »

montrer que $P(R) = 0,145$ **0,75**

c-en déduire la probabilité de l'évènement A : « un matin, le professeur M arrive au lycée à l'heure » **0,75**

2- Au cours d'une semaine, le professeur M se rend cinq fois au lycée.

On admet que le fait qu'il entende son réveil sonner un jour de classe donné n'influe pas sur le fait qu'il l'entende

ou non les jours suivants. Quelle est la probabilité de l'évènement :

B « le professeur M entende le réveil au **moins quatre fois** au cours d'une semaine » **1,5**