Lycée : Borj-cedria Prof : Mechmeche Imed	Devoir de synthèse 3	Le 14/05/2010 Durée:2h 4 E.G

Exercice 1 : Répondre par vrai ou faux (3 pts)

1) $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x}\,dx = \ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$
2) Toute suite croissante non majorée tend vers $+\infty$
3) (U_n) et (V_n) sont deux suites définies sur $\mathbb{N}$, et telles que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $U_n \leq V_n$. Si V_n tend vers $+\infty$ alors U_n tend vers $+\infty$
4) Soit f une fonction continue sur $[1\,,4]$ telle que pour tout $x \in [1\,,4]$ $0 \leq f(x) \leq 2$ alors $0 \leq \int_1^4 f(x)\,dx \leq 6$
5) Le plan P étant muni d'un repère orthogonal, et f une fonction continue sur $[2\,,4]$, alors $\int_2^4 f(x)\,dx$ représente l'aire (en u.a) de la partie du plan limitée par la courbe de f , l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 2 et x = 4
6) On lance une pièce de monnaie cinq fois de suite, la probabilité d'obtenir au moins une fois pile est $\frac{31}{32}$

Exercice 2 : (4 pts)

Le tableau suivant donne pour 10 nouveaux nés, la taille x_i en cm, puis le poids y_i en kg.

x_i	53	48	51	54	50	49	47	52	46	43
y_i	4,1	3,75	3,7	3,95	3,15	3,25	3	3,85	3,1	2,3

1) Compléter le nuage de points associé à cette série « figure (III) »
2) Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer sur la figure
3) Calculer le coefficient de corrélation linéaire. Un ajustement affine est-il justifié ?
4) Par la méthode des moindres carrés, déterminer une équation de la droite de régression de y en x et la représenter sur la même figure
5) Donner une estimation du poids d'un nouveau né de taille 56 cm.

Exercice 3 : (6 pts)

Soit $(\mathrm{U_n})$ la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\mathrm{U_0} = 0$ et $\mathrm{U_{n+1}} = \frac{8\,\mathrm{U_n}+3}{2\,\mathrm{U_n}+3}$

1) Placer les termes $\mathrm{U_1}$, $\mathrm{U_2}$ et $\mathrm{U_3}$ sur l'axe des abscisses sans les calculer « figure(II) »
2) Que peut-on conjecturer pour la variation et la convergence de la suite $(\mathrm{U_n})$.
3) Montrer que pour tout n ∈ $\mathbb{N}$ $\mathrm{U_{n+1}} = 4 - \frac{9}{2\,\mathrm{U_n}+3}$
4) Montrer par récurrence que $0 \leq \mathrm{U}_n \leq 3$ pour tout n ∈ $\mathbb{N}$
5) Montrer que $\mathrm{U_{n+1}} - \mathrm{U_n} = \frac{(3-\mathrm{U_n})(1+2\mathrm{U_n})}{2\,\mathrm{U_n}+3}$ et en déduire que $(\mathrm{U_n})$ est croissante.
6) Montrer alors que $(\mathrm{U_n})$ est convergente et calculer sa limite.

Exercice 4 : (7 pts)

Soit f une fonction définie sur $[2\,,+\infty[$, dont la courbe représentative (C) rapportée à un repère orthonormé $(\mathrm{O}\,,\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$ est donnée par la figure (I). (C) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction $(\mathrm{O}\,,\vec{\jmath}\,)$

1) Par lecture graphique

   a) Déterminer $\mathrm{f}'_d(2)$; $\mathrm{f}'(4)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{f(x)}}{x}$

   b) Dresser le tableau de variation de f.

2) a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1}

   b) Calculer $(\mathrm{f}^{-1})'(0)$

   c) Représenter dans le même repère la courbe C' de f^{-1}

3) a) Sachant que $\mathrm{f(x)} = -\frac{1}{2}\mathrm{x}^2 + 2\mathrm{x}$ montrer que $\int_2^4 \mathrm{f(x)}\ \mathrm{dx} = \frac{8}{3}$

   b) Déduire l'aire du domaine limité par C' , la droite y = 2 et les droites x=0 et x=2

   d) Calculer alors l'aire du domaine limité par les courbes C et C'

   et les deux axes du repère.

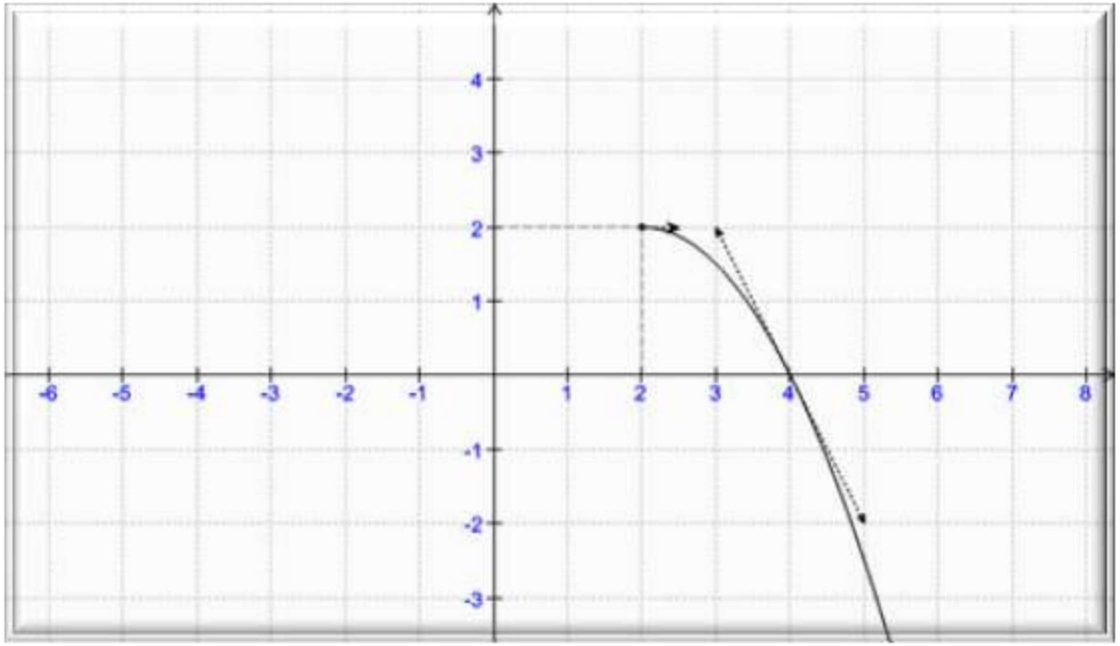
BON TRAVAIL

Nom : ……………………….

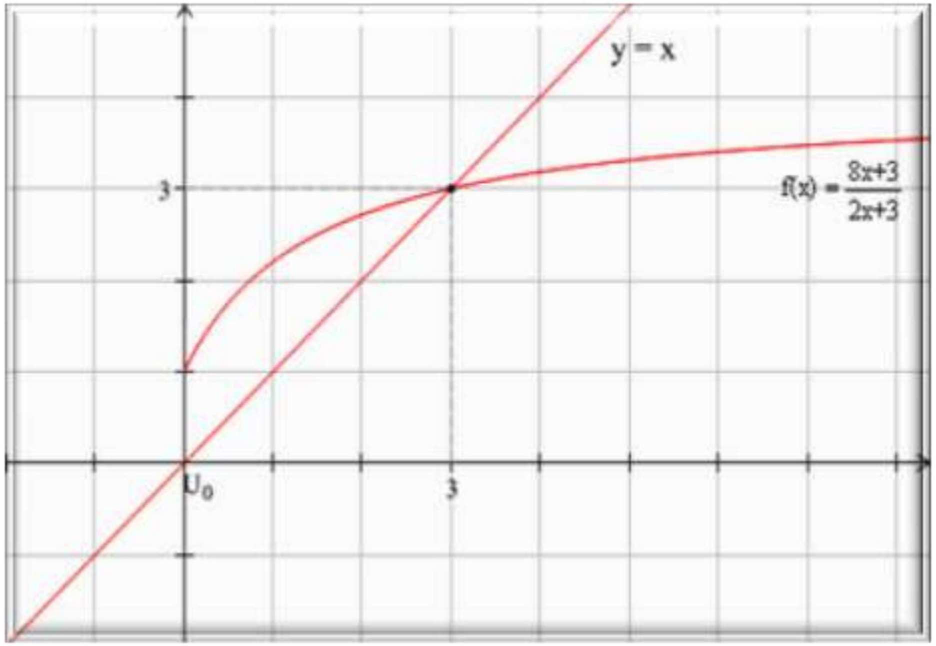
Annexe à rendre avec la copie

Prénom : …………………………

Figure (I)



Figure(II)



Nom & prénom : ……………………………………

Figure(III)