

le sujet comporte 3 pages.



Exercice 1:(3pt)

Pour chacune des quatre questions, une et une seule affirmation est exacte .

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier l'affirmation exacte sans justification.

1. La fonction $f(x) = 1 + (1 - x)e^x$ admet comme primitive sur \mathbb{R} la fonction:

(a) $F(x) = x + e^x \ln(1 - x)$ (b) $F(x) = x + \frac{1 - x}{e^x}$ (c) $F(x) = x + (2 - x)e^x$

2. $\int_1^e x \ln x \, dx$ est égal à:

(a) $\frac{e^2 + 1}{4}$ (b) $\frac{\sqrt{e}}{2}$ (c) $e^2 - 1$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x - e^x} \right)^{-1}$ est égal à:

(a) $-\infty$ (b) $+\infty$ (c) 0

4. Soit Ω un univers . P une probabilité définie sur $\mathcal{P}(\Omega)$ et A et B deux événements telle que $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ et $P(A/B) = \frac{3}{8}$, alors $P(B/A)$ est égal à:

(a) $\frac{5}{8}$ (b) $\frac{3}{20}$ (c) $\frac{1}{20}$

Exercice 2:(6pt)

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années. Le rang $x_1 = 1$ est donné pour l'année 2008. La consommation est exprimée en milliers de DT .

Année	2008	2010	2011	2012	2014
Rang de l'année x_i	1	3	4	5	7
Consommation en milliers DT y_i	28,5	35	52	70,5	100,5

- Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal du plan (on prendra $1cm$ comme unité en abscisses et $1cm$ pour $10000 DT$ en ordonnées).
- Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage ; le placer dans le repère précédent.
- On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite D d'équation $y = 12,57x + b$ qui passe par le point G .
 - Déterminer la valeur de b .
 - Tracer la droite D dans le repère précédent.
- Déterminer, à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2015. **Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.**
- Un nouvel ajustement de type exponentiel semble alors plus adapté.
 - Recopier et compléter le tableau suivant sachant que $z = \ln y$. **Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.**

x_i	1	3	4	5	7	8
$z_i = \ln y_i$	3,35	4,94

- Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice ; cette équation est de la forme $z = cx + d$; on donnera les **arrondis** des coefficients c et d à 10^{-2} près.
- En déduire que $y = 20,49 \cdot e^{0,23x}$.
- Estimer alors, à l'aide de ce nouvel ajustement, la consommation des ménages de cette ville en 2020 en DT .

Exercice 3:(5pt)

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{u_n + 1} \end{cases}$$

- Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 3$.
- On considère la suite (v_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$
Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.
- Exprimer v_n en fonction de n . En déduire la limite de la suite (v_n) .
- Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Exercice 4:(6pt)

On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

Une urne U_1 contient 4 jetons blancs et 3 noirs et une urne U_2 contient 17 jetons blancs et 18 noirs.

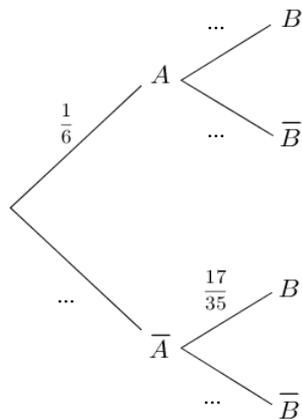
1. On jette un dé cubique dont chaque face a la même probabilité d'apparaître. Si le 6 apparaît, on tire un jeton de l'urne U_1 sinon on tire un jeton de l'urne U_2 . On considère les événements suivants :

A : "On a obtenu 6 en jetant le dé"

B : "On obtient un jeton blanc".

(a) Justifier que $P(B/A) = \frac{4}{7}$. En déduire la valeur de $P(\bar{B}/A)$.

(b) Reproduire et compléter l'arbre de probabilités suivant :



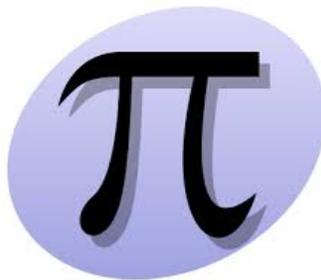
(a) Déterminer la probabilité $P(B)$ de tirer un jeton blanc.

(b) justifier que $P(A/B) = \frac{4}{21}$. Déterminer $P(\bar{A}/\bar{B})$.

2. On effectue au hasard un tirage de 4 jetons **simultanément** de l'urne U_1 . On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de jetons blancs tirés.

(a) Déterminer la loi de probabilité de X .

(b) Calculer $E(X)$ et $V(X)$.



Bon Travail