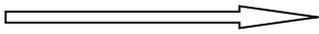


|                        |  |                 |
|------------------------|--|-----------------|
| LYCE IBN ARAFA CHEBIKA | CORRECTION DU DEVOIR DE<br>SYNTHESE N° 3 | CLASSES : 4 ECO |
| PROF :ROMMANI .FAHMI   | DE MATHÉMATIQUES                         | DUREE :2 HEURES |

**NOM ET PRENOM** : .....

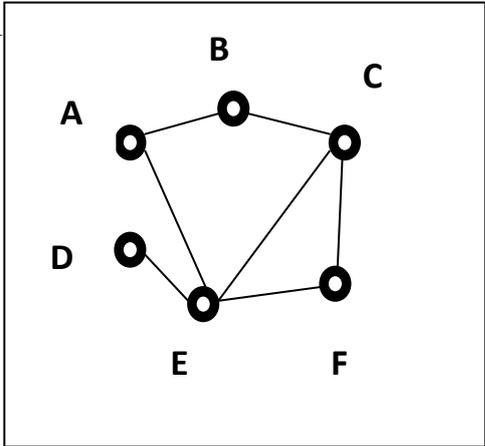
**Cette page est a rendre**

**EXERCICE N°1 : ( 5 points )**

On considère le graphe G ci-contre. 

1) Compléter le tableau ci-dessous : 

|        |   |   |   |   |   |   |
|--------|---|---|---|---|---|---|
| SOMMET | A | B | C | D | E | F |
| DEGRE  |   |   |   |   |   |   |



2) Donner un sous graphe complet de G :

3) Soit M la matrice associée au graphe G .Compléter:

$$M = \left( \begin{array}{cccccc} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right) \begin{array}{c} \uparrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array}$$

- 4) Colorie le graphe G.
- 5) Déterminer le nombre chromatique du graphe G.
- 6) Répondre par vrai ou faux :
  - a) Le graphe G est complet.
  - b) Le graphe G admet un cycle Eulérien.
  - c) Le graphe G une chaine Eulérienne.
  - d) Le diamètre du graphe G est égale à 6.

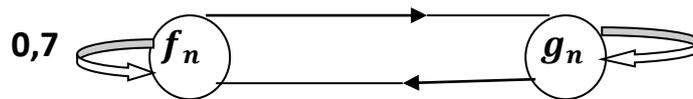
### EXERCICE N°2 : ( 7 points )

Les habitants d'une petite ville sont soit fumeurs soit non fumeurs.

Une enquête a donné les résultats : 70 % des descendants des fumeurs sont aussi des fumeurs , 10% des descendants de non fumeurs sont des fumeurs.

On désigne par :  $f_n$  le pourcentage de fumeurs à la génération  $n$  , et par  $g_n$  le pourcentage des non fumeurs. On pose :  $f_0 = g_0 = \frac{1}{2}$ .

1)a) Recopier et compléter le graphe probabiliste ci-dessous :



b) Compléter la matrice de transition du graphe :  $A = \begin{pmatrix} 0,7 & \\ 0,1 & \end{pmatrix}$ .

2)a) Calculer :  $P_2 = P_0 \cdot A^2$  avec :  $P_0 = (f_0 \quad g_0)$ .

b) En déduire le pourcentage de fumeurs à la génération de rang 2 .

3)a) Résoudre le système :  $(x \quad y) \times A = (x \quad y)$  avec :  $x + y = 1$  .

b) Interpréter les résultats de la question précédente.

4) a) Montrer que :  $f_{n+1} = 0,6 \times f_n + 0,1$ .

b) Soit la suite :  $(U_n)$  définie par :  $U_n = f_n - \frac{1}{4} \forall n \in \mathbb{N}$  . Montrer que  $(U_n)$  est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

c) Exprimer  $U_n$  en fonction de  $n$  .

d) Montrer que :  $f_n = \frac{1}{4}(0,6)^n + \frac{1}{4}$ .

5) Calculer :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n$  et l'interpréter.

### EXERCICE N°3 : ( 8 points )

Dans la figure ci-dessous on a représenté la courbe (C) représentative d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ . La tangente T à la courbe C au point A (0 ; -2) passe par le point B (-2 , 0) l'axe ( o x ) est une asymptote à (C) au voisinage de  $+\infty$ .

1) Par lecture graphique donner :

a)  $f(0)$  ;  $f(2)$  ;  $f'(1)$  et  $f'(0)$  .

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .

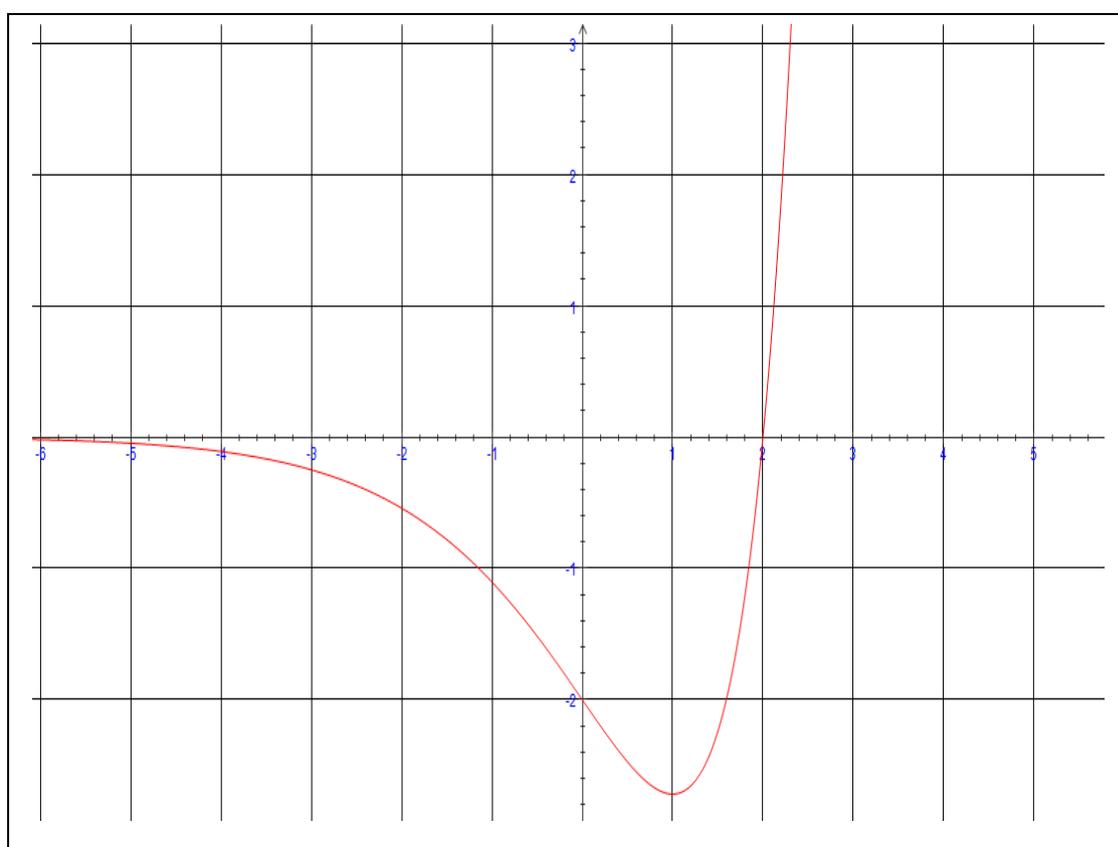
c) Le tableau de variations de f .

d) Le tableau de signe de f.

2) On suppose que :  $f(x) = (x - 2)e^x$  et  $F(x) = (x - 3)e^x$ .

a) Montrer que F est une primitive de f sur  $\mathbb{R}$  et donner son tableau de signe.

b) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par : la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites  $x = 0$  et  $x = 1$  .



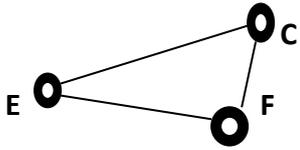
**Correction :**

**EXERCICE N°1 :**

1)

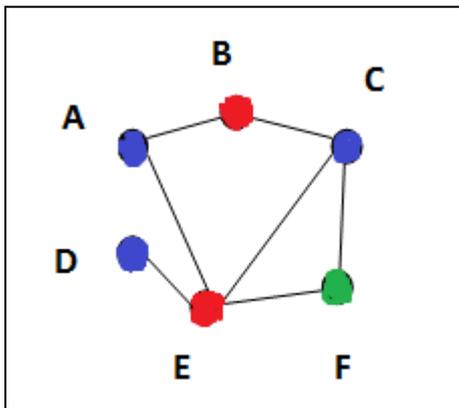
| SOMMET | A | B | C | D | E | F |
|--------|---|---|---|---|---|---|
| DEGRE  | 2 | 2 | 3 | 1 | 4 | 2 |

2) un sous graphe complet de G :



3) 
$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4)

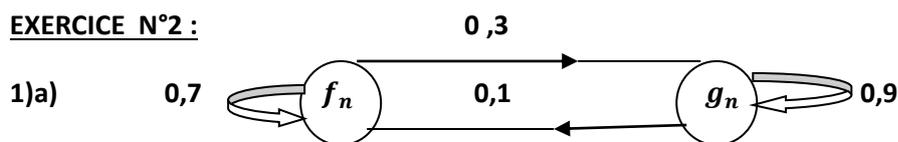


5) le nombre chromatique du graphe G est  $\gamma(G) = 3$ .

6)

a) ( FAUX)   b) ( FAUX)   c) ( VRAI)   d) ( FAUX)

**EXERCICE N°2 :**



b)  $A = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$

2)a)  $P_2 = P_0 \cdot A^2 = (0,5 \quad 0,5) \cdot \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix} = (0,34 \quad 0,66)$

b) 34% de fumeurs

3)a)  $(x \quad y) \times A = (x \quad y)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,3x + 0,1y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,3x + 0,1 - 0,1x = 0 \\ y = 1 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,4x + 0,1 = 0 \\ y = 1 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,25 \\ y = 0,75 \end{cases}$$

b) a long terme il y aura 25% de fumeurs

$$4) a) f_{n+1} = 0,7 \times f_n + 0,1 \times g_n = 0,7 \times f_n + 0,1 \times (1 - f_n) = 0,6 \times f_n + 0,1$$

$$b) U_{n+1} = f_{n+1} - \frac{1}{4} = 0,6 \times f_n + 0,1 - 0,25 = 0,6 \times \left(f_n - \frac{1}{4}\right) = 0,6 \times U_n$$

$\Rightarrow (U_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = 0,6$

$$c) U_n = U_0 \cdot q^n = 0,25 \times 0,6^n \Rightarrow f_n = \frac{1}{4} \times 0,6^n + \frac{1}{4} \quad ; ;$$

$$5) \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n = \frac{1}{4}$$

**EXERCICE N°3 : ( 8 points )**

$$1) a) f(0) = -2 \quad ; ; f(2) = 0 \quad ; ; f'(1) = 0 \quad ; ; f'(0) = -1.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty.$$

c)

|              |           |          |           |
|--------------|-----------|----------|-----------|
| <b>x</b>     | $-\infty$ | <b>1</b> | $+\infty$ |
| <b>f'(x)</b> |           | -        | +         |
| <b>f</b>     | 0         | $-2,7$   | $+\infty$ |

d)

|             |           |          |           |
|-------------|-----------|----------|-----------|
| <b>x</b>    | $-\infty$ | <b>2</b> | $+\infty$ |
| <b>f(x)</b> |           | -        | +         |

$$2) a) F'(x) = 1 \cdot e^x + (x - 3)e^x = (1 + x - 3)e^x = (x - 2)e^x \Rightarrow$$

*F est une primitive de f.*

$$b) A = \int_0^1 |f(x)| dx = - \int_0^1 f(x) dx = -[F(x)]_0^1 = F(0) - F(1) = -3 + 2e^2$$

