Lycée Elmanar Sidi Bouzoud	<u>Devoir de contrôle</u> <u>N°2</u> 4M(2003-2004)	Prof : Toumi Omrane

<u>Exercice N°1:</u>

I° Soit g : $]0,+\infty[\to$ IR ; $x \mapsto 1-x-x^2-\log x$

1. a) Calculer $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

   b) Etudier le sens de variation de g

2. Montrer que l'équation g(x)=0 admet une solution unique α et que $0,7<\alpha< 0,8$

3. Donner le signe de g(x) selon les valeurs de x

II° Soit f : $]0+\infty[\to \mathrm{IR}$, $x\mapsto x+\frac{(x-1)\mathrm{Log}x}{x}$ et $\mathcal{C}$f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1. Calculer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ et interpréter ce résultat graphiquement

2. a) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

   b) Montrer que la droite D : y=x est une direction asymptotique

   c) Etudier la position relative de Calculer $\mathcal{C}$f par rapport à D

3. a) Calculer f '(x) pour x>0 et vérifier que $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$

   b) Montrer que f '(x)<0 pour $x<\alpha$

   c) Dresser le tableau de variation de f

   d) Montrer que la droite D: y=x est une tangente à $\mathcal{C}$f au point d'abscisse $x_0=1$

4. Montrer que $f(\alpha)=2+\alpha-\alpha^2-\frac{1}{\alpha}$ et que $0,64<f(\alpha)< 1,06$

5. Tracer $\mathcal{C}$f et D

6. Soit h : $]0,\alpha]\to \mathrm{IR}; x\to f(x)$

   a) Montrer que h est une bijection de $]0,\alpha]$ sur un intervalle J que l'on précisera

   b) Tracer la courbe $\mathcal{C}h^{-1}$ dans le même repère $(o,\vec{i},\vec{j})$

7. a) Calculer la dérivée de la fonction $x\mapsto x\mathrm{Log}x$

   b) Montrer que f admet au moins une primitive sur $]0,+\infty[$

   c) Déterminer la primitive F de f sur $]0,+\infty[$ tels que $F(1)=-\frac{1}{2}$

d) Calculer $\lim_{x \to 0^+} F(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} F(x)$

e) Dresser le tableau de variation de F

Exercice N°2:

On considère un triangle ABC isocèle en A tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$

On désigne par $\mathbb{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC de centre I. Le point A' le symétrique de A par rapport à la droite (CI)

1. a. Montrer que A'C=AB

   b. Soit R la rotation qui transforme B en C et A en A' caractériser R
2. La droite (CI) recoupe $\mathbb{C}$ en au point D. On pose $f=S_{(AI)} \circ S_{(BD)}$
   a. Montrer que les droites (AI) et (BD) sont parallèles
   b. Déterminer f(B) caractériser f
3. La droite (AI) recoupe C au point I
   a. Montrer qu'il existe un unique antidéplacement g qui transforme c en A et D en E
   b. Montrer que g(I) =I
   c. En déduire la nature de g et le caractériser
   d. Montrer que g((AA'))=(BC) et en déduire que g(A')=B
4. On désigne par J et K les milieux respectifs de [AA'] et [IA']
   a. Montrer qu'il existe un unique antidéplacement h tel que h(A')=A et h(I)=A'
   b. Montrer que h est une symétrie glissante
   c. Donner la forme réduite de h