

<i>L. Regueb</i>	<i>Mathématiques</i>	<i>Classe : 4^{ème}M</i>
<i>Prof : Salhi Noureddine</i>	<i>Devoir de Contrôle N°2</i>	<i>Le : 12/02/2010</i> <i>Durée : 2h</i>

Exercice1(4pts)

Pour chacune des propositions suivantes une et une seule réponse est correcte ; noter sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la bonne réponse.

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) La parabole de foyer $F(2,0)$ et de directrice $D : x = -2$ a pour équation :

a) $y^2 = 4x$; b) $x^2 = 8y$; c) $y^2 = 8x$

2) Soit V le volume du solide obtenu par révolution autour de l'axe (Ox) du domaine compris entre l'axe des abscisses et la courbe d'équation $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ sur $[-R, R]$ $R > 0$. Alors :

a) $V = \pi R^2$; b) $V = \frac{4\pi R^3}{3}$; c) $V = \frac{2\pi R^2}{3}$

3) Soit f une fonction dérivable sur $[-1, 1]$ et $I = \int_0^1 f(t)dt + \int_0^1 tf'(t)dt$.

a) $I = f(1)$; b) $I = f(1) - f(0)$; c) $I = f(1) + f(0)$.

4) Dans la figure ci-contre on a représenté les courbes d'équations respectives :

$y = x^2$ et $y = 8 - x^2$, $x \in [-2, 2]$.

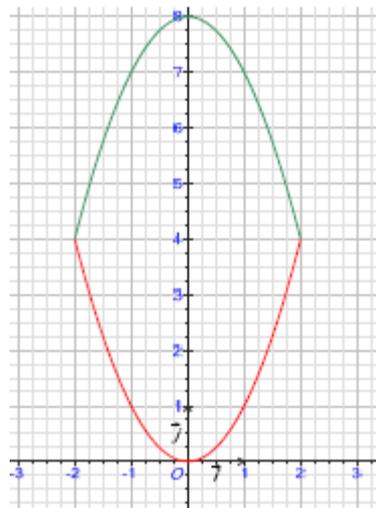
On note A l'aire en cm^2 de la partie du plan comprise entre les deux courbes.

Alors :

a) $A = 32$

b) $A = 32 - \frac{16}{3}$

c) $A = \frac{64}{3}$



Exercice2(5pts)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soit (D) la droite d'équation $y-3=0$, le point $F(-4,6)$ et (H) l'ensemble des points M du plan de coordonnées (x,y) tel que : $d(M,F) = 2d(M,(D))$.

1) Montrer qu'une équation cartésienne de (H) est : $(H) : x^2 - 3y^2 + 8x + 12y + 16 = 0$.

2) Préciser la nature de (H) et ses éléments caractéristiques.

3) Construire (H) .

Exercice3(5pts)

Dans le plan orienté, on donne le triangle ABC tel que $AB=2$, $AC=1+\sqrt{5}$ et $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

1) Soit S la similitude directe qui transforme B en A et A en C .

Déterminer le rapport et une mesure de l'angle de S .

2) On appelle Ω le centre de S . Montrer que Ω appartient au cercle de diamètre $[AB]$ et à la droite (BC) . Construire le point Ω .

3) On note D l'image du point C par la similitude S .

a) Démontrer que les points A , Ω et D sont alignés ainsi que les droites (CD) et (AB) sont parallèles. Construire le point D .

b) Montrer que $CD = 3 + \sqrt{5}$.

Exercice4(6pts)

On donne le tableau de variations d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} telle que $f(0) = 0$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0				2		1

Diagramme de variation : des flèches indiquent que la fonction décroît de 0 à -1 (entre $x=0$ et $x=-1$), croît de -1 à 2 (entre $x=-1$ et $x=1$), et décroît de 2 à 1 (entre $x=1$ et $x=+\infty$).

On définit la fonction F qui, à tout réel x , associe $F(x) = \int_0^x f(t)dt$.

1) Déterminer le sens de variation de F .

2) Montrer que : $1 \leq F(2) \leq 4$.

3) Montrer que pour tout réel $x \geq 1$, $F(x) \geq x - 1$. En déduire la limite de F en $+\infty$.

4) Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par : $g(x) = \int_0^{x^2} f(t)dt$.

a) Dresser le tableau de variations de g .

b) Montrer que la courbe représentative de g , admet au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont on précisera la direction.