LS 7 novembre EL Alia	***Devoir de contrôle n°2***	***AS :2009/2010***
Prof : Tlich Ahmed	***(Bac Math 1)***	***Durée :2h***

Exercice n°1 : (3 points)

Recopier la seule bonne réponse et sans justification.

Question 1 : a) $\int_{-1}^{1} \frac{x^2}{1+x^2}dx = 0$ b) $\int_{-1}^{1} \frac{x^2}{1+x^2}dx = 2\int_{0}^{1} \frac{x^2}{1+x^2}dx$ c) $\int_{-1}^{1} \frac{x^2}{1+x^2}dx = -1$

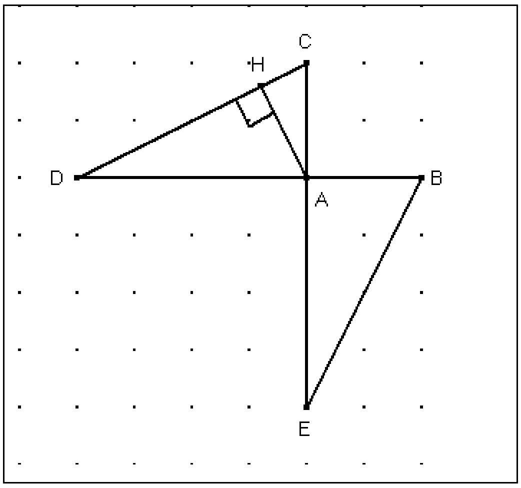
Question 2 : Soit f une similitude directe et g une similitude indirecte de même rapport 2 alors $g0f^{-1}$ est :

a)une similitude indirecte qui fixe un seul point b) Un antidéplacement c) identité du plan

Question 3 : Soit f une fonction bijective de IR dans IR et vérifiant $f'(x) = 1 + f^2(x)$ alors :

a) $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ b) $(f^{-1})'(x) = 1+x^2$ c) $(f^{-1})'(x) = \frac{-1}{1+x^2}$

Exercice n°2 :(6points)



Dans la figure ci contre, ABC et ADE sont deux triangles isocèles et rectangle tels que : AB = 1 , AD = 2 , $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

On note H le pied de l'hauteur du triangle ADC issue de A.

1. Soit f la similitude directe qui transforme A en C et D en A.
   Préciser le rapport et l'angle de f.
2. Soit I le centre de f.

a) Donner une mesure de $(\overrightarrow{ID}, \overrightarrow{IC})$ puis déduire que I appartient à (CD).

b) Déterminer f (CD) puis déduire que I appartient à f (CD).

c) En déduire que H est le centre de f.

3. Soit $g = f^{-1} o S_\Delta$ où S_Δ désigne la symétrie orthogonale d'axe Δ la médiatrice du segment [BC].

a) Déterminer g (B) et g (A).

b) Prouver que g est une similitude indirecte dont on précisera le rapport.

c) Soit G le symétrique de D par rapport à A.

i) Montrer que : $\overrightarrow{GD} = 4\overrightarrow{GB}$.

j) En déduire que G est le centre de g et que (AB) est son axe.

Exercice n°3 : (5 points)

Soit la fonction f définie sur [0, $+\infty$ [par $f(x) = \sqrt{x^2+1} + x$

1) a) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

b) Montrer que la droite D : y = 2x est une asymptote à la courbe de f.

2) a)Montrer que f est une bijection de [0, $+\infty$ [sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Montrer que la fonction f^{-1} est dérivable sur l'intervalle J.

c) Déterminer l'expression de f^{-1}(x).

d) Tracer dans le même repère les courbes de f et de f^{-1} avec deux couleurs différentes.

Exercice n°4:(6points)

Soit la fonction $\boldsymbol{F}$ définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ par : $F(x) = \int_0^{Sinx} \sqrt{1-t^2}\,dt$.

1) a)Montrer que $\boldsymbol{F}$ est dérivable sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ et déterminer sa fonction dérivée.

b) Calculer $\boldsymbol{F}$ (0) puis déduire que pour tout x Є $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ on a : $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}Sin(2x)$

c) Calculer $\int_0^1 \sqrt{1-t^2}\,dt$

2) Soit la suite (I_n) définie par $I_0 = \int_0^1 \sqrt{1-t^2}\,dt$ et $I_n = \int_0^1 t^n \sqrt{1-t^2}\,dt$ pour tout n $\geq$ 1.

a) Calculer I_1.

b) Vérifier que pour tout t Є [0,1] on a ; $\sqrt{1-t^2} \leq 1$ puis déduire que pour tout n $\geq$ 1 on a : $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$

c) En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

d) En remarquant que : $t^{n+1}\sqrt{1-t^2} = t^n \times t\sqrt{1-t^2}$ et par une intégration par partie, montrer que pour tout n $\geq$ 1 on a : $I_{n+1} = (\frac{n}{3+n})I_{n-1}$.

e) Déduire la valeur de I_2.

Bon travail .

Remarque : On rappelle que : $Cos^2(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}Cos(2x)$