LYCEE AVENUE ALI BALAHOUANE NABEUL	**DEVOIR DE CONTROLE N°2**	$4^{ème}$Math 1 et 2
MR FENNIA NABIL	**LE 08/02/2012**	**DUREE : 2H**

N.B: **On tiendra compte de la rédaction et de la clarté des copies.**

EXCERCICE N°1 ;(4 points)

Choisir la bonne réponse (la justification n'est pas demandée)

1/ Si f et g sont deux similitudes directes de rapports inverses et d'angles respectifs $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$

Alors fog est

a) un antidéplacement, **b)** une translation, c) une rotation.

2/ Ω est un point. Si f est une similitude indirecte de centre Ω et de rapport $\frac{1}{3}$ alors l'application $foh_{(\Omega,3)}$

a) une rotation, **b)** une symétrie axiale, c) une symétrie glissante.

3/ L'intégrale $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} t^2 \sin t \, dt$ est égale à

a) $2\int_0^{\frac{\pi}{3}} t^2 \sin t \, dt$ **b)** zéro **c)** $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} t^2 \sin t \, dt$

4/ La dérivée de f: $x \mapsto \sqrt[3]{5x+1}$ est la fonction définie par :

a) $\frac{5}{2\sqrt[3]{5x+1}}$ b) $\frac{5}{3\sqrt[3]{(5x+1)^2}}$ c) $\frac{5}{3\sqrt[3]{5x+1}}$

EXCERCICE N°2 ;(6 points)

ABC est un triangle équilatéral direct centre 0. Soit A' et C' les milieux respectifs de [BC] et[AB].
On désigne par I le symétrique de 0 par rapport à C'

1) Montrer que te triangle OAI est équilatéral direct.

2) Soit f la similitude directe telle que f(I) = O et f(C) = B

a) Déterminer le rapport et l'angle de f .

b) Montrer que le centre Ω de f est un point commun des cercles circonscrits aux triangles OAI et OBC . Construire Ω

c) Montrer que f((AI)) = (OA) , calculer f((AC))

d) En déduire que f(A) = A'

3)Soit R la rotation de centre 0 et telle que R(A) = C et h l'homothétie de centre B et de rapport $\frac{1}{2}$

Montrer que f = h o R

4) Soit g la similitude indirecte telle que g(I) = O et g(C) = B , On note J son centre.

a) Déterminer le rapport de g.

b) Calculer $(gof^{-1})(O)$ et $(gof^{-1})(B)$, caractériser gof^{-1}

c) Montrer que g(B) = A' et que J est te barycentre de (C, 1) et (A' , -4)

d) Montrer que l'axe Δ de g est la perpendiculaire à (BC) en J .

EXCERCICE N°3 ;(5 points) Soit F définie sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[/ \{0\}$ $par F(x) = \int_1^{tg^2} \frac{dt}{\sqrt{t}(t+1)}$

1) a- justifier l'existence de F sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[/ \{0\}$

b- montrer que F est paire

c- calculer $F(\frac{\pi}{4})$

2) a- montrer que F est dérivable sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ et calculer F'(x)

b-déduire que $\forall x \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[, F(x) = 2x - \frac{\pi}{2}$

c- expliciter F(x)pour x $x \in \left]-\frac{\pi}{2},0\right[$

3) a- calculer alors $I = \int_1^3 \frac{dt}{\sqrt{t}\left(t+1\right)}$

b- à l'aide d'une intégration par parties calculer $J = \int_1^3 \frac{\sqrt{t}}{\left(1+t\right)^2} dt$

<u>EXCERCICE N°4 ;</u>(5 points)

On pose pour tout $n \in \mathbb{N} ; I_n = \int_0^1 \frac{x^{2n+1}}{\sqrt{x^2+1}} dx$

1) Calculer I_0
2) a- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N} : 0 \leq I_n \leq \frac{1}{2n+2}$

   b- En déduire que la suite $\left(I_n\right)$ est décroissant

   c- En déduire que la suite $\left(I_n\right)$ est convergente et déterminer sa limite
3) a-A l'aide d'une intégration par parties montrer que : $I_{n+1} = \sqrt{2} - \left(2n+2\right)\int_0^1 x^{2n+1}\sqrt{x^2+1}dx$

   b- En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N} ; \left(2n+3\right)I_{n+1} = \sqrt{2} - \left(2n+2\right)I_n$

   c- Calculer I_1

4) Soient f et g les fonctions définies sur IR par : $f\left(x\right) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ *et* $g\left(x\right) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}$

   On a représenté ci-dessous leurs courbes dans un logiciel repère orthonormé d'unité 2 cm
   Calculer l'aire de la partie limitée par Cf , Cg et les droites d'equations $D : x = -1$ *et* $D' : x = 1$