L. Regueb	Mathématiques	Classe : $4^{ème}$M
Prof : Salhi Noureddine	Devoir de Contrôle №1	Le : 20/11/2012 D: 2h

Exercice1(8pts)

Soit f la fonction définie sur $I =]-\infty \ , \ 1]$ par : $\begin{cases} f(x) = \frac{-1+\sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = -\frac{1}{2} \end{cases}$

1)a) Montrer que f est continue sur I .

b) Montrer que pour tout $x \in I$, $f(x) = \frac{-1}{1+\sqrt{1-x}}$.

2)a) Montrer que f est strictement décroissante sur I .

b) Déterminer $f(I)$ et $f([0\,,1])$.

3)a) Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$ admet dans $]0\,,1[$ une unique solution α .

b) Vérifier que 0.7 est une valeur approchée de α à 10^{-1} près .

4) Soit g la fonction définie sur $\left[-\frac{\pi}{2}\,,\frac{\pi}{4}\right]$ par : $\begin{cases} g(x) = f(tg(x)) & \text{si } x \neq -\frac{\pi}{2} \\ g\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$

a) Montrer que g est continue sur $\left[-\frac{\pi}{2}\,,\frac{\pi}{4}\right]$.

b) Montrer que l'équation $g(x) = -\frac{4}{9}$ admet une solution $\beta \in \left[-\frac{\pi}{2}\,,\frac{\pi}{4}\right]$. Calculer $tg(\beta)$.

Exercice2(7pts)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

Soit f l'application du plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe : $z' = \frac{z + iz\bar{z}}{1 + z\bar{z}}$.

On désigne par A et B les points d'affixes respectives i et – i .

1) Montrer que f admet deux points invariants que l'on déterminera .

2) Montrer que pour tout nombre complexe z , les points A , M et M' sont alignés .

3) Soit (Γ) le cercle de diamètre $[OB]$.

a) Montrer que pour tout M du plan distinct de O et B on a : $\arg(z') \equiv \frac{\pi}{2} + \left(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MO}}\right) \quad [2\pi]$.

b) En déduire que si $M \in \Gamma$ alors M' appartient à une droite Δ que l'on précisera .

c) Donner une construction du point M' image d'un point M de (Γ) .

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...

Exercice3(5pts)

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation , $(E_\theta) : z^2 - 2i\sin(2\theta)z - 1 = 0$ où θ est un réel donné .

1)a) Vérifier que $e^{i2\theta}$ est une solution de (E_θ) .

b) En déduire la deuxième solution , qu'on donnera sous la forme exponentielle .

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation , $(E'_\theta) : z^4 - 2i\sin(2\theta)z^2 - 1 = 0$ où θ est un réel donné .

On donnera les solutions sous forme exponentielle .

3) Montrer que les points images des solutions de (E'_θ) sont les sommets d'un rectangle .

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...