SAIDANI MOEZ

DEVOIR DE CONTROLE

LYCEE DE MATEUR

12/02/2015

BAC MATHS

Exercice N°1 (5pts)
Les questions dans cet exercice sont indépendantes

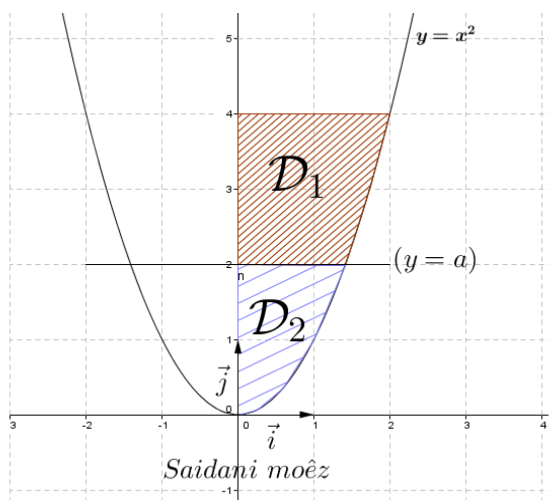
1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$ .Déterminer la primitive F de f sur $\mathbb{R}$ qui prend la valeur 0 en 4.

2. Soit f la fonction définie sur $[-2, 2]$ par $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.

   (a) Soit la primitive F de f sur $[-2, 2]$ qui s'annule en 0 .Etudier la parité de F

   (b) Soit g la fonction définie par $g(x) = F(2\cos x)$,montrer que le point $I\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$est un centre de symétrie de C_g pour tout $x \in [0, \pi]$

3. Le plan est muni d'un repère orthonormé. Soit $a > 0$.Pour quelle valeur de a ,les domaines D_1 et D_2 ont -elles la même aire.



Exercice N°2 (7 pts)

Soit la fonction définie par :$f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1 - x^4}}$

On désigne par (C_f) la courbe de f dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (**unité** $2\ cm$)

On donne la fonction φ définie sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ par $\varphi(x) = \displaystyle\int_0^{\sqrt{\sin x}} f(t)dt$

1. (a) Montrer que φ est continue sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$,dérivable sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ et calculer $\varphi'(x)$

   (b) En déduire que pour tout $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$, $\varphi(x) = \frac{x}{2}$

   (c) Trouver alors l'aire A de la région du plan limitée par (C_f) ,la droite des abscisses , les droites d'équations $(x = 0)$ et $\left(x = \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

2. On pose $\psi(x)=\displaystyle\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{\sin x}}\frac{\sqrt{1-t^4}}{t^3}dt$

   (a) Justifier l'existence de $\psi(x)$ pour tout $x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$

   (b) A l'aide d'une intégration par parties, prouver que pour tout $x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right[$

$$\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})=\frac{\pi}{12}+\frac{(\sqrt{3}-x)-\operatorname{cotan}x}{2}$$

   (c) Déterminer alors la valeur de $\psi\left(\frac{\pi}{2}\right)$ .Justifier la réponse.

Exercice N°3 (8 pts)

Dans le plan orienté,on considère un rectangle $ABCD$ de centre O tel que $AB=2AD$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\,[2\pi]$.
On désigne par I le milieu de $[AB]$ et (ξ) le cercle circonscrit au rectangle $ABCD$.

1. Soit f une similitude indirecte qui transforme B en I et I en D.

   (a) Montrer que le rapport de f est $\sqrt{2}$.

   (b) Soit Ω le centre de f. Montrer que Ω est le symétrie de D par rapport au point B.

   (c) Construire l'axe Δ de f.

2. On pose $g=f\circ S_{(AB)}$

   (a) Déterminer $g(B)$ et $g(I)$.

   (b) Montrer que g et une similitude directe et préciser son rapport et son angle.

   (c) Montrer que C et le centre de g.

3. Soit $A'=g(A)$. Montrer que A' est le symétrie de I par rapport à D.

4. La demi-droite $[CA')$ recoupe le cercle (ξ) en O'. Prouver que $O'=g(O)$.

Bon travail

sujet traité par LaTeX