Lycée : 2 Mars 34 Siliana
Prof : Thouraya MECHLAOUI
Discipline : Algo & Prog

DEVOIR DE SYNTHESE N°2

Section : 4 S.Info
Date : 04 Mars 2014
Durée : 2 heures

Exercice 1 (3pts)

Considérer la fonction suivante :

```
0)  DEF FN Quoi (n, e : ………. ) : …………
1)  Si (n = 0) alors
       Quoi ← ""
       Sinon
       r ← n mod e
       Si (r>9) alors
          c ← CHR(r +55)
          Sinon
          convch(r, c)
       Fin si
          Quoi ← FN Quoi (n div e, e) + c
    Fin si
2)  Fin Quoi
```

1) Compléter les pointillés.
2) S’agit-il d’un procédé itératif ou récursif ?
3) Exécuter cette fonction pour les valeur suivantes du couple (n,e) : (10, 2) et (183,16)
4) Quel est le rôle de cette fonction ?

Exercice 2 (5pts)

Considérer la suite suivante :

$$\boldsymbol{U} = \begin{cases} \boldsymbol{U_0 = 1} \\ \boldsymbol{U_n = U_{n-1} * U_{n-1} + U_{n-1}} \end{cases}$$

1) Calculer la valeur du terme U_2 et U_3
2) Quel est l’ordre de récurrence de cette suite ?
3) Proposer l’algorithme d’un module récursif qui permet de retourner le plus petit rang <u>n</u> pour lequel $U_n \geq E$ (E un entier strictement positif donné)

Problème (12 pts)

La **suite de Fibonacci** est une suite d'entiers dans laquelle chaque terme est la somme des deux termes qui le précèdent. Elle est définie comme suit :

$$\boldsymbol{F} = \begin{cases} F_0 = 0 \\ F_1 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \end{cases}$$

Le tableau suivant présente les 18 premiers termes de cette suite.

$\mathcal{F}_0$	$\mathcal{F}_1$	$\mathcal{F}_2$	$\mathcal{F}_3$	$\mathcal{F}_4$	$\mathcal{F}_5$	$\mathcal{F}_6$	$\mathcal{F}_7$	$\mathcal{F}_8$	$\mathcal{F}_9$	$\mathcal{F}_{10}$	$\mathcal{F}_{11}$	$\mathcal{F}_{12}$	$\mathcal{F}_{13}$	$\mathcal{F}_{14}$	$\mathcal{F}_{15}$	$\mathcal{F}_{16}$	$\mathcal{F}_{17}$	$\mathcal{F}_{18}$
0	**1**	**1**	**2**	**3**	**5**	**8**	**13**	**21**	**34**	**55**	**89**	**144**	**233**	**377**	**610**	**987**	**1597**	**2584**

Selon le théorème de ***Zeckendorf***, tout entier positif ***N*** peut-être représenté, de manière unique, comme la somme de nombres de Fibonacci distincts, en employant les plus grands nombres possibles.

Par exemple, la décomposition du nombre 10 est :

10 = (8 + 2)   ou (5 + 3 + 2) ➔ on admet (8+2) car elle part du plus grand nombre possible.

Le principe de la représentation en *codage Fibonacci* est décrit comme suit :

Pour décomposer un entier X :

1) Créer un tableau avec 2 lignes.
2) Dans la 1ère ligne, mettre les valeurs des termes de la suite de *Fibonacci* inférieurs ou égaux à X en commençant par le terme *F2*.
3) Décomposer l'entier X en une somme d'entiers correspondant aux éléments de la 1ère ligne du tableau, en employant les plus grands possibles.
4) Dans la 2e ligne du tableau, mettre des « 1 » en dessous des éléments qui ont permis de décomposer X, « 0 » sinon.
5) Ecrire la 2e ligne du tableau en rajoutant un « 1 » pour terminer.

Exemple : Décomposer N = 50.

Les valeurs des termes de la suite de Fibonacci qui sont ≤ 50 sont : 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34

Selon le théorème de ***Zeckendorf,*** 50 = 34 + 13 + 3

D'où le tableau suivant :

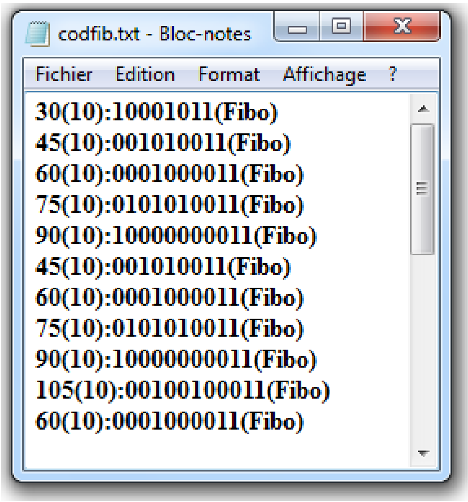
Termes Fibonacci	**1**	**2**	**3**	**5**	**8**	**13**	**21**	**34**
Présence dans la décomposition	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**

On ajoute ''**1**'' à la fin de cette suite binaire pour terminer l'encodage. D'où : $\mathbf{50_{(10)} = 00100101\underline{1}_{(Fibo)}}$

On se propose dans ce qui suit d'écrire un programme qui permet de :

- Remplir une matrice M de taille (n*n) tel que :
  - ✓ $(5 \leq n \leq 30)$
  - ✓ M [i,j] = 15 x (i + j)
- De convertir chaque entier contenu dans la matrice en Code Fibonacci selon le principe décrit ci-dessus.
- D'enregistrer chaque suite binaire dégagée dans un fichier « C:\CodFib.txt » suivant cette structure : *« Nombre décimal (10) : Suite binaire (Fibo) »*

  Exemple :



30(10):10001011(Fibo)
45(10):001010011(Fibo)
60(10):0001000011(Fibo)
75(10):0101010011(Fibo)
90(10):10000000011(Fibo)
45(10):001010011(Fibo)
60(10):0001000011(Fibo)
75(10):0101010011(Fibo)
90(10):10000000011(Fibo)
105(10):00100100011(Fibo)
60(10):0001000011(Fibo)

Travail demandé :

- Analyser le problème principal en le décomposant en modules.
- Analyser chacun des modules envisagés
- En déduire l'algorithme du programme principal