

## CHIMIE : (9 points)

Toutes les solutions sont prises à 25°C, température à laquelle le produit ionique de l'eau est  $K_e=10^{-14}$ .

### Exercice n°1 : (4,25 points)

On dispose des trois solutions basiques suivantes :

- une solution  $S_1$  d'une monobase  $B_1$  de concentration molaire  $C_1=10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$  et de  $\text{pH}_1 = 11,1$  ;
- une solution  $S_2$  d'une monobase  $B_2$  de concentration molaire  $C_2=10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  et de  $\text{pH}_2 = 12$  ;
- une solution  $S_3$  d'une monobase  $B_3$  de concentration molaire  $C_3=10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$  et de  $\text{pH}_3 = 10,1$ .

1/ On considère le couple acide base  $\text{BH}^+/\text{B}$  où B est une monobase faible dont sa solution aqueuse est de concentration molaire C.

- a- En utilisant l'avancement volumique  $y$ , dresser un tableau descriptif d'évolution du système. {0,75pt}
- b- Etablir l'expression de  $\tau_f$  (taux d'avancement final de la réaction de la base B avec l'eau) en fonction de pH,  $\text{pK}_e$  et C en précisant l'approximation utilisée. {0,5pt}
- c- Montrer que l'une des monobases est forte et que les deux autres sont faibles. {0,75pt}

2/ a - Montrer, en précisant l'approximation, que la constante de basicité  $K_b$  du couple  $\text{BH}^+/\text{B}$  s'écrit:

$$K_b = C \cdot \tau_f^2 \quad \{0,75\text{pt}\}$$

b- En déduire que  $\text{pK}_b = 2(\text{pK}_e - \text{pH}) + \log C$ . {0,5pt}

c- Montrer que les deux monobases faibles étudiées représentent en fait la même monobase. {0,5pt}

3/ La solution  $S_3$  de la monobase  $B_3$  est préparée à partir d'un volume  $V_1=10\text{mL}$  de la solution  $S_1$ , en lui ajoutant un volume  $V_e$  d'eau. Déterminer la valeur du volume  $V_e$ . {0,5pt}

### Exercice n°2 : (4,75 points)

On considère une solution aqueuse ( $S_1$ ) d'acide éthanóique  $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$  de concentration molaire  $C_1=0,2\text{mol.L}^{-1}$ , de  $\text{pH}_1 = 2,75$ .

1/ a- Exprimer le taux final d'avancement  $\tau_{f1}$  de la réaction d'ionisation de  $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$  dans l'eau en fonction de  $\text{pH}_1$  et  $C_1$  et calculer sa valeur. {0,75pt}

b- Montrer que  $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$  est faiblement ionisé dans l'eau. {0,25pt}

2/ a- Etablir l'expression de la constante d'acidité  $K_a$  du couple ( $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}/\text{CH}_3\text{CO}_2^-$ ) en fonction du taux final d'avancement  $\tau_{f1}$  et  $C_1$ , en précisant à chaque fois l'approximation nécessaire. {1pt}

b- Calculer  $K_a$ . {0,25pt}

3/ A partir d'un volume  $V_1$  de ( $S_1$ ), on réalise une dilution, par l'ajout d'un volume  $V_e$  d'eau pure. La solution ( $S_2$ ) obtenu est de concentration molaire  $C_2$  et de volume  $V_2$ .

a- Montrer que le taux d'avancement final  $\tau_{f2}$  de la réaction de l'acide éthanóique avec l'eau dans la solution ( $S_2$ ) s'écrit :  $\tau_{f2} = \tau_{f1} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$ . {0,75pt}

b- Exprimer  $\text{pH}_2$  de la solution ( $S_2$ ) en fonction du  $\text{pH}_1$ ,  $C_1$  et  $C_2$ . {0,75pt}

c- Calculer  $\text{pH}_2$  et  $\tau_{f2}$  quand  $V_e=3V_1$ . {0,5pt}

d/ Etudier, en le justifiant, l'effet de cette dilution d'un acide faible sur :

- le taux final d'avancement  $\tau_f$ . {0,25pt}
- le pH de la solution. {0,25pt}

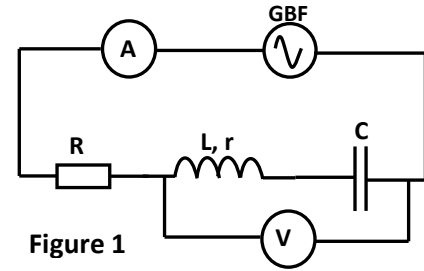


# PHYSIQUE (11 points)

## Exercice n°1 : (7 points)

Le circuit schématisé ci-contre (figure-1) comporte :

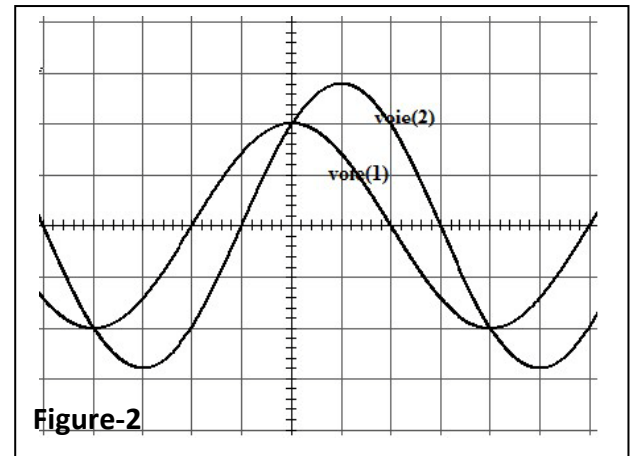
- un générateur de basse fréquence GBF,
- un résistor de résistance  $R=120\Omega$ ,
- une bobine d'inductance  $L$  et de résistance interne  $r$ ,
- un condensateur de capacité  $C$
- un ampèremètre,
- un voltmètre.



On fixe la fréquence de la tension de sorte que le GBF délivre une tension sinusoïdale  $u(t) = U_m \sin(2000\pi t + \frac{\pi}{2})$  de valeur efficace et de phase initiale constantes.

L'intensité du courant qui circule dans le circuit est  $i(t)=I_m \sin(2\pi Nt + \varphi_i)$  de valeur efficace indiquée par l'ampèremètre est  $I=25\sqrt{2}$  mA.

A l'aide d'un oscilloscope bicourbe, on visualise sur la voie (1) la tension  $u(t)$  et sur la voie (2) la tension  $u_c(t)$  aux bornes du condensateur.



On obtient les oscillogrammes de la figure 2.

Les deux voies ont la même sensibilité verticale, soit  $5V.div^{-1}$ .

1/ a- Reproduire le schéma du montage de la figure-1, en faisant apparaître les connexions nécessaires de l'oscilloscope. {0,5pt}

b- Déterminer les expressions numériques des tensions de  $u(t)$  et  $u_c(t)$ . {1pt}

c- Calculer  $\varphi_i$ . En déduire la nature du circuit. {0,75pt}

2/ a- Montrer que l'équation différentielle régissant l'intensité  $i(t)$  est donnée par :

$$(R + r)i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t)dt = u(t). \quad \{0,5pt\}$$

b- Effectuer la construction de Fresnel relative à ce circuit en prenant pour échelle :  $(1cm \rightarrow 2V)$ . {1pt}

c- Déduire les valeurs de  $C$ , de  $L$  et de  $r$ . {1,25pt}

d- Déterminer l'indication du voltmètre dans ces conditions. {0,5pt}

3/ a- En s'appuyant sur la construction de Fresnel, établir l'expression de l'amplitude  $I_m$  de l'intensité du courant en fonction de  $U_m$ ,  $R$ ,  $r$ ,  $L$ ,  $C$  et la pulsation  $\omega$ . {0,5pt}

b- Déduire l'expression de l'amplitude  $Q_m$  de la charge instantanée du condensateur. {0,25pt}

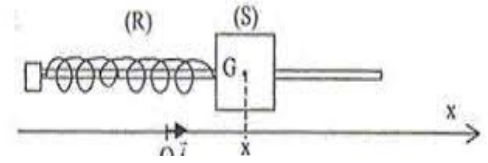
c- Montrer que la pulsation à la résonance de charge est :  $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{(R+r)^2}{2L^2}}$  où  $\omega_0$  représente la pulsation propre du résonateur. {0,5pt}

d- Préciser, en justifiant, s'il faut augmenter ou diminuer la fréquence  $N$  du GBF pour atteindre la résonance de charge. {0,25pt}



## Exercice n°2 : (4 points)

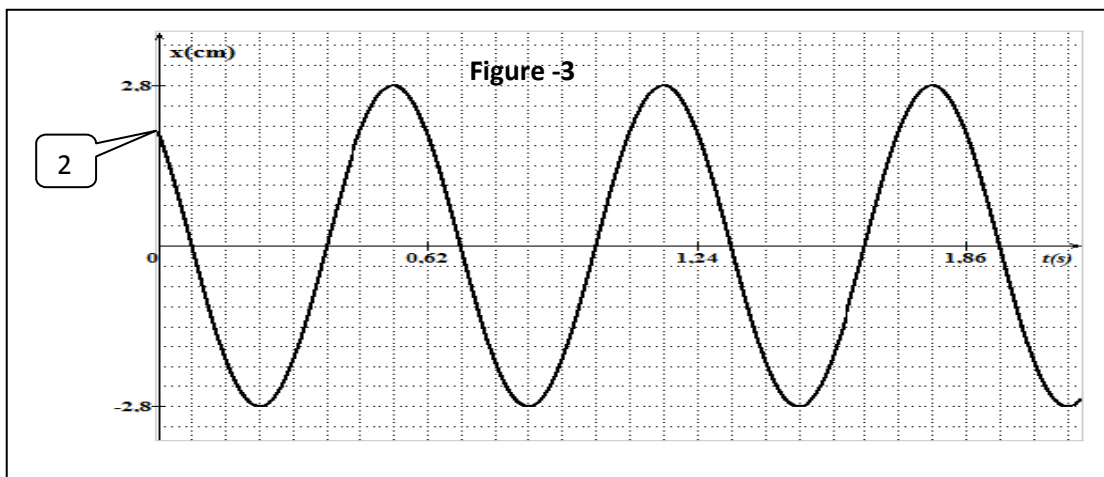
Un solide (S) de centre d'inertie G et de masse  $m=195\text{g}$  pouvant coulisser sans frottement le long d'une tige horizontale et attaché à l'extrémité libre d'un ressort (R) de raideur K.



La position de G est définie par son abscisse qu'on désigne par  $x$  dans le repère  $(O, \vec{i})$ , O étant la position d'équilibre de G et  $\vec{i}$  un vecteur unitaire de même direction que la tige. La deuxième extrémité du ressort étant fixe dans le repère  $(O, \vec{i})$ .

A partir d'une certaine date qu'on choisit comme origine du temps, un dispositif approprié a permis d'enregistrer l'évolution de l'élongation  $x$  de G en fonction du temps.

La figure -3 représente une partie de la courbe  $x=f(t)$



1/ a- Etablir l'équation différentielle en fonction de l'élongation  $x(t)$ . {0,5pt}

b- Ecrire, en s'aidant de la courbe de la figure-3, l'expression numérique de  $x(t)$ . {0,75pt}.

c- Déterminer la valeur de K. {0,25pt}

2/ a- Montrer que l'énergie mécanique E du système (solide + ressort) se conserve. {1pt}

b- Calculer la valeur de E. {0,5pt}

c- Déterminer, à l'instant initiale, les valeurs de l'énergie potentielle élastique  $E_{pe}(t=0)$  et celui de l'énergie cinétique  $E_c(t=0)$ . {1pt}

### Chimie : Ex.1.

1/ a-

équation	B	+ H <sub>2</sub> O	↔	BH <sup>+</sup>	+ OH <sup>-</sup>
t=0	C	excès		0	10 <sup>-7</sup>
t>0	C-y	excès		y	y+10 <sup>-7</sup>
t=t <sub>f</sub>	C-y <sub>f</sub>	excès		y <sub>f</sub>	y <sub>f</sub> +10 <sup>-7</sup>

b-  $\tau_f = \frac{y_f}{y_{\max}}$  ; avec  $y_{\max} = C$  ;

on néglige les ions OH<sup>-</sup> provenant de l'eau devant celle provenant de la base :  $[\text{OH}^-]_f = y_f + 10^{-7} \approx y_f$

$$\tau_f = \frac{[\text{OH}^-]}{C} = \frac{(K_e/[\text{H}_3\text{O}^+])}{C} = \frac{10^{\text{pH} - \text{pK}_e}}{C} ;$$

c-  $\tau_{f1} = \frac{10^{11,1-14}}{10^{-1}} = 0,0125 < 1$  donc B<sub>1</sub> est une base faible,

$$\tau_{f2} = \frac{10^{12-14}}{10^{-2}} = 1$$
 donc B<sub>2</sub> est une base forte,

$$\tau_{f1} = \frac{10^{10,1-14}}{10^{-3}} = 0,125 < 1$$
 donc B<sub>3</sub> est une base faible.

2/ a- on néglige les ions OH<sup>-</sup> provenant de l'eau devant celle provenant de la base :  $[\text{OH}^-]_f = y_f + 10^{-7} \approx y_f$

Pour une base faible  $C \gg y_f \rightarrow C + y_f \approx C$

$$K_b = \frac{[\text{BH}^+][\text{OH}^-]}{[\text{B}]} = \frac{(y_f)(y_f + 10^{-7})}{C - y_f} \approx \frac{y_f^2}{C} = \frac{(C \cdot \tau_f)^2}{C} = C \cdot \tau_f^2$$

b-  $K_b = C \cdot \tau_f^2 \rightarrow -\log(K_b) = -\log(C \cdot \tau_f^2) \rightarrow \text{pK}_b = -\log C - 2\log(\tau_f) \rightarrow \text{pK}_b = -\log C - 2\log\left(\frac{10^{\text{pH} - \text{pK}_e}}{C}\right)$

$$\text{pK}_b = -\log C - 2\log(10^{\text{pH} - \text{pK}_e}) + 2\log C \rightarrow \text{pK}_b = \log C - 2(\text{pH} - \text{pK}_e) \rightarrow \text{pK}_b = 2(\text{pK}_e - \text{pH}) + \log C.$$

c-  $\text{pK}_{b1} = 4,8$  et  $\text{pK}_{b3} = 4,8$  donc B<sub>1</sub> et B<sub>3</sub> sont en fait la même monobase.

3/ Le nombre de fois de dilution est  $n = \frac{C_1}{C_3} = 100 \rightarrow V_3 = 100V_1 \rightarrow V_3 = 10 \times 100 = 1000\text{mL}$

→ le volume d'eau ajouté est  $V_e = 990\text{mL}$ .

### Chimie : Ex.2.

1/ a-  $\tau_f = \frac{y_f}{y_{\max}}$  ; avec  $y_{\max} = C$  et  $y_f = [\text{H}_3\text{O}^+]$  donc  $\tau_{f1} = \frac{10^{-\text{pH}1}}{C_1} = \frac{10^{-2,75}}{0,2} = 0,00889$ .

b-  $\tau_{f1} < 1$  donc CH<sub>3</sub>COOH est un acide faible.

2/ a-

équation	CH <sub>3</sub> COOH + H <sub>2</sub> O	↔	CH <sub>3</sub> COO <sup>-</sup>	+ H <sub>3</sub> O <sup>+</sup>
t=0	C	excès	0	10 <sup>-7</sup>
t>0	C-y	excès	y	y+10 <sup>-7</sup>
t=t <sub>f</sub>	C-y <sub>f</sub>	excès	y <sub>f</sub>	y <sub>f</sub> +10 <sup>-7</sup>

On néglige les ions H<sub>3</sub>O<sup>+</sup> provenant de l'eau devant celle provenant de l'acide :  $[\text{H}_3\text{O}^+]_f = y_f + 10^{-7} \approx y_f$

L'acide éthanoïque est un acide faible :  $C \gg y_f \rightarrow C + y_f \approx C$ .

$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{(y_f)(y_f + 10^{-7})}{C - y_f} \approx \frac{y_f^2}{C} = \frac{(C \cdot \tau_f)^2}{C} = C \cdot \tau_f^2$$

b-  $K_a = 0,2 \times (0,00889)^2 = 15,8 \cdot 10^{-6}$

3/ a- Lors d'une dilution  $K_a$  ne varie pas :  $K_{a1} = K_{a2} \rightarrow C_1 \cdot \tau_{f1}^2 = C_2 \cdot \tau_{f2}^2 \rightarrow \left(\frac{\tau_{f2}}{\tau_{f1}}\right)^2 = \frac{C_1}{C_2} \rightarrow \tau_{f2} = \tau_{f1} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$

b- le nombre de fois de dilution  $n = \frac{C_1}{C_2} \rightarrow \text{pH}_2 = \text{pH}_1 + \frac{1}{2} \log(n) = \text{pH}_1 + \frac{1}{2} \log\left(\frac{C_1}{C_2}\right)$

c-  $V_e = 3V_1 \rightarrow V = V_1 + V_e = V_1 + 3V_1 = 4V_1 \rightarrow$  le nombre de fois de dilution  $n = 4 \rightarrow \text{pH}_2 = 2,75 + \frac{1}{2} \log(4) = 3,05$

et  $\tau_{f2} = 0,00889 \sqrt{4} = 0,017$ .

d- Avant dilution ( $\text{pH}_1 = 2,75$ ) et après dilution ( $\text{pH}_2 = 3,05$ ) → le pH d'une solution acide faible augmente.

Avant dilution ( $\tau_{f1} = 0,00889$ ), après dilution (et  $\tau_{f2} = 0,017$ ) →  $\tau_f$  d'un acide faible augmente.



### Physique : Ex.1.

1/ a- voir figure-1.

$$b- u(t) = U_m \sin(2000\pi t + \frac{\pi}{2})$$

$$U_m = 2 \times 5 = 10V \rightarrow u(t) = 10 \sin(2000\pi t + \frac{\pi}{2});$$

$$u_C(t) = U_{cm} \sin(2000\pi t + \varphi_{uc})$$

$$U_{cm} = 2,4 \times 5 = 14V$$

$$\varphi_u - \varphi_{uc} = \frac{2\pi}{T} \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{8} \times 1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\text{Or } \varphi_u = \frac{\pi}{2} \text{ rad, donc } \varphi_{uc} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$u_C(t) = 14 \sin(2000\pi t + \frac{\pi}{4});$$

$$c- \varphi_i - \varphi_{uc} = \frac{\pi}{2} \text{ comme } \varphi_{uc} = \frac{\pi}{4} \text{ donc } \varphi_i = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$$

$\varphi_i > \varphi_u \rightarrow i(t)$  est en avance de phase sur  $u(t) \rightarrow$  le circuit est capacitif.

2/ a- On applique la loi des mailles, et on aboutit à l'équation différentielle :

$$(R + r)i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt = u(t).$$

b- Construction de Fresnel

$$c- I_m = I\sqrt{2} = 25\sqrt{2}\sqrt{2} = 50\text{mA} = 0,05\text{A}$$

$$L \omega I_m = 3,5 \times 2 = 7V \rightarrow L = \frac{7}{\omega I_m} = \frac{7}{2000 \times 3,14 \times 0,05} = 0,022\text{H}$$

$$RI_m = 120 \times 0,02 = 6V$$

$$(R+r)I_m = 3,5 \times 2 = 7V \rightarrow r = \frac{7}{I_m} - R = 20\Omega$$

$$U_{cm} = \frac{I_m}{C\omega} \rightarrow C = \frac{I_m}{\omega U_{cm}} = \frac{0,05}{2000 \times 3,14 \times 14} = 5,68 \cdot 10^{-7}\text{F}$$

$$d- L'indication du voltmètre est  $U = I \sqrt{r^2 + (\frac{1}{C\omega} - L\omega)^2} = 5V.$$$

$$3/ a- \text{Le théorème de Pythagore appliqué au triangle OAB rectangle en B, donne: } I_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 + (\frac{1}{C\omega} - L\omega)^2}}$$

$$b- I_m = \omega Q_m \rightarrow Q_m = \frac{I_m}{\omega} = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 \omega^2 + (\frac{1}{C} - L\omega^2)^2}} \text{ on pose } g(\omega) = (R+r)^2 \omega^2 + (\frac{1}{C} - L\omega^2)^2$$

$$c- \text{A la résonance de charge } Q_m \text{ devient maximale et } g(\omega) \text{ devient minimal } g'(\omega) = 0 \rightarrow \omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{(R+r)^2}{2L^2}}$$

$$d- \text{Calculons } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0,022 \times 5,68 \cdot 10^{-7}}} = 8945 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \text{ et } \omega_r = \sqrt{8945^2 - \frac{(120+20)^2}{2 \times 0,022^2}} = 7730 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{On a } \omega = 2000 \times 3,14 = 6280 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$\omega_r > \omega \rightarrow N_r > N \rightarrow$  il faut augmenter la fréquence  $N$  pour atteindre la résonance de charge.

### Physique : Ex.2.

$$1/ a- L'équation différentielle : \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0.$$

$$b- x(t) = X_m \sin(2\pi N_0 t + \varphi_x); N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0,62} = 1,61\text{Hz}; X_m = 2,8 \text{ cm} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$2,8 \cdot 10^{-2} \sin(\varphi_x) = 0,02 \rightarrow \sin(\varphi_x) = 0,707 \rightarrow \varphi_x = \frac{\pi}{4} \text{ ou } \varphi_x = \frac{3\pi}{4}$$

$$x(t) \text{ est décroissante au voisinage de } t = 0 \rightarrow \cos(\varphi_x) < 0 \rightarrow \varphi_x = \frac{3\pi}{4} \text{ rad.}$$

$$\text{finalement : } x(t) = 2,8 \cdot 10^{-2} \sin(10,11t + \frac{3\pi}{4}) \text{ \{exprimé en m\}}$$

$$c- T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2} = 20 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$2/ a- E = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2$$

$$\frac{dE}{dt} = kx \frac{dx}{dt} + mv \frac{dv}{dt} = kx \frac{dx}{dt} + m \frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dx}{dt} (kx + m \frac{d^2x}{dt^2})$$

or d'après l'équation différentielle  $kx + m \frac{d^2x}{dt^2} = 0$  donc  $\frac{dE}{dt} = 0$ , ce qui montre que l'énergie mécanique du système {solide+ressort} est constante au cours du temps.

$$b- E = \frac{1}{2} kX_m^2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

$$c- \text{A } t = 0, E_{pe} = \frac{1}{2} kx_0^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J et on a } E = E_{pe} + E_c \rightarrow E_c = E - E_{pe} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

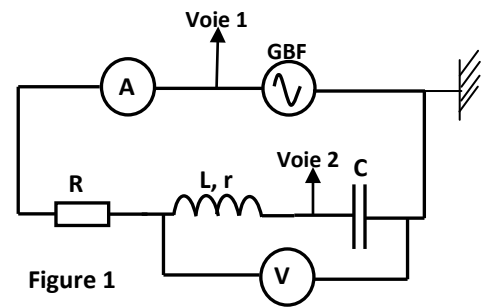


Figure 1

