

Exercice N°1(5 points)

1) Calculer les intégrales $A = \int_0^1 t(1-t^2)^4 dt$, $B = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 x dx$, $C = \int_{-1}^0 \frac{3t}{(1-t)^4} dt$

2) Calculer $D = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{t^3}{\sqrt{1+t^2}} dt$ en utilisant une intégration par parties

Exercice N°2 (7points)

Dans la figure ci -contre ABCDEFGH est un parallélépipède droit
Tel que $AB = 1$, $AD = 2$ et $AE = 1$. On note I le milieu de [AD]

$R = (A, \overline{AB}, \overline{AI}, \overline{AE})$ est un repère orthonormé de l'espace.

1) Déterminer les coordonnées de I, F G et H

2) Montrer que le volume du tétraèdre GFHI est égal à $\frac{1}{3}$.3) a) Montrer que le plan (FIH) a pour équation : $2x + y - z - 1 = 0$

b) Calculer la distance du point G au plan (FIH)

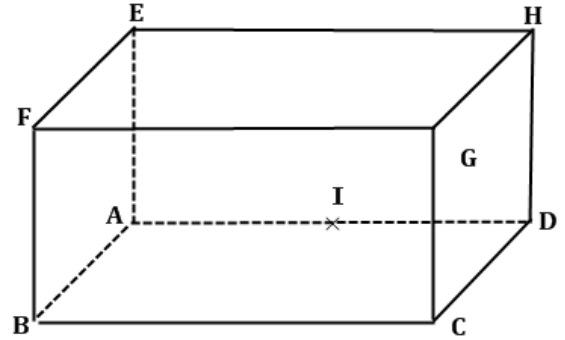
4) Soit $S = \{M \in \mathcal{E} \text{ tel q } \alpha x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 2 = 0\}$

a) Montrer que (S) est une sphère dont de centre G et déterminer son rayon R

b) Montrer que le plan (FIH) coupe la sphère (S) suivant un cercle que l'on caractérisera

c) Ecrire une représentation paramétrique de l'axe Δ du cercle circonscrit au triangle ABId) Montrer que Δ coupe S en deux points dont on déterminera les coordonnées.

5) a) Ecrire les équations cartésiennes des plans médiateur de [AE] , [AB] et [BI]

b) Ecrire l'équation cartésienne de la sphère Γ circonscrit au tétraèdre ABIE**Exercice N°3**(8points)

Soit la fonction f définie sur $] -1, 1[$ par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}$ \mathcal{C}_f désigne la courbe représentative de f

dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité 4cm)

1) a/ Calculer $f'(x)$ et Dresser le tableau de variation de fb/ Déterminer la position de \mathcal{C}_f par rapport à la droite Δ d'équation $y=x$ c/ Calculer $f(\frac{\sqrt{2}}{2})$ et tracer Δ et \mathcal{C}_f .2) a/ Montrer que f réalise une bijection de $] -1, 1[$ sur un intervalle J à préciser.b/ Tracer $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ la courbe de sa fonction réciproque f^{-1} dans le même repère.3) a/ Soit $g(x) = \int_0^x f(t) dt$, $x \in [0, 1[$. Montrer que g est définie et dérivable sur $[0, 1[$ et calculer $g'(x)$ b/ Soit F la fonction définie sur $[0, \frac{\pi}{2}[$ par $F(x) = \int_0^{\sqrt{\sin x}} f(t) dt$.Montrer que F dérivable sur $]0, \frac{\pi}{2}[$ et calculer $F'(x)$.c/ En déduire que pour tout x de $[0, \frac{\pi}{2}[$ on a $F(x) = \frac{1}{2}x$ et calculer $B = \int_0^{\sqrt{\frac{1}{2}}} f(t) dt$ d/ Calculer en cm^2 l'aire \mathcal{A} de la partie du plan limitée par \mathcal{C}_f et les droites d'équation $y=0$, $x=0$ et $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ en déduire l'aire \mathcal{A}' de la partie du plan limitée par $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ et les droites d'équation $y=0$, $x=0$ et $x = \frac{\sqrt{2}}{3}$ 4) Soit $\lambda \in] \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}[$ on pose $I(\lambda) = \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{\sin \lambda}} \frac{\sqrt{1-t^4}}{t^3} dt$ A l'aide d'une intégration par partie, calculer $I(\lambda)$