|  |  |
| --- | --- |
| Délégation régionale de Zaghouan lycée cite Ennozha | Devoir de synthèse N 2 Classe 4èmetechnique 3 et 5 Prof : Mr: Yahyaoui Durée 3h |

**Exercice N 1**

Pour chacune des questions suivantes, sont proposées trois réponses dont une seule est correcte, on demande de la préciser. Aucune justification n’est demandée.

1. Soit l a fonction définie sur $\left[0,e^{2}\right] par f\left(x\right)=\sqrt{x(2-Ln(x)}$ a pour dérivée :

a/ $f^{'}\left(x\right)=\frac{x(2-Ln\left(x\right))}{2\sqrt{x(2-Ln(x)}}b/ f^{'}\left(x\right)=\frac{1-Ln\left(x\right)}{2\sqrt{x(2-Ln(x)}}c/ f^{'}\left(x\right)=\frac{1-Ln(x)}{\sqrt{x(2-Ln(x)}}$

1. Soit A, B et C trois points de l’espace orienté non alignés. L’ensemble des points de l’espace tels que ( $\vec{AB }$^$\vec{AC }$ )^$\vec{AM}$ =0 est :

a/ le plan (ABC) b/ la droite passant par A et perpendiculaire à ( ABC) c/ $\left\{A\right\}$

**Exercice N 2( 5 points)**

Soit f la fonction définie sur $\left]0,2\right[ par f\left(x\right)=Ln( \frac{x}{2-x} )$

1. Montrer que f est dérivable sur $\left]0,2\right[$ et que $f^{'}\left(x\right)=\frac{2}{x(2-x)}$
2. Dresser le tableau de variation de f
3. a/ Montrer que le point I (1,0 ) est un centre de symétrie pour la courbe ( $C\_{f}$ )

b/ Montrer que le point I(1,0 ) est un point d’inflexion de la courbe ( $C\_{f}$ ) puis écrire une équation de la tangente en ce point.

1. a/ Montrer que f réalise une bijection de $\left]0,2\right[$ sur IR ; $f^{-1}$ sa fonction réciproque

b/ Calculer ($f^{-1}$)(x) pour tout réel x

1. Tracer ( $C\_{f}$) , T ,$ (C\_{f^{-1}}$ ) dans un même repère.

**Exercice N 3**

A/ Soit g la fonction définie sur IR par g(x) =$2e^{x }-x-2$

1. Déterminer la limite de g en-$\infty puis celle en+\infty $
2. Dresser le tableau de variation de g
3. Démontrer que l’équation g(x)=0 admet exactement deux solutions 0 et $α$ er que $∝\in \left]-1,6, -1,5\right[$
4. Montrer que le signe de g est le suivant :



 x -$\infty α$ 0 $+\infty $

 g(x) + 0 − 0 +

B/ La fonction f est définie sur IR par f(x)=$e^{2x}-(x+1)e^{x}$

1. Vérifier que : $f\left(x\right)= e^{2x }( 1-\frac{x}{e^{x}}-\frac{1}{e^{x }})$ puis en déduire la limite de f en +$\infty $
2. Déterminer la limite de f en -$\infty $
3. Montrer que $f^{'}\left(x\right)=e^{x}( g\left(x\right))$ puis dresser le tableau de variation de f
4. Montrer que :$\frac{f(x)}{x}=e^{x} (\frac{e^{x}}{x}-\left(\frac{x+1}{x}\right))$ puis calculer $\lim\_{x\to +\infty }(\frac{f(x)}{x} )$ et interpréter graphiquement le résultat
5. Montrer que $f\left( α \right)=-\frac{α^{2}+2α}{4}$ puis tracer ( $C\_{f}$ )
6. Soit la fonction h définie par $h\left(x\right)=xe^{x}$ calculer h’(x) , déterminer alors une primitive F de f telle que F(0) =3

 **Exercice N 4**

 L’ espace étant rapporté à un repère orthonormé direct ( O,$\vec{i, }\vec{j} , \vec{k} ) $; on considère les points : A(0,0,2) ; B( 1,0,0 ) ; C( 0,-1,0) et I(1,1,1)

1. a) Déterminer les composantes du vecteur $\vec{AB} ∧\vec{AC}$. En déduire que les points A, B et C déterminent un plan. On notera P= ( ABC)

b) ($\vec{AB} \^\vec{AC}$ ).$\vec{AI}$ . En déduire que I$ n^{'}appartientpas au plan P$

c) Calculer le volume du tétraèdre ABCI

d) Déterminer alors la distance du point I au plan P

 2. On désigne par S l’ensemble des points M( x, y , z) de l’espace tels que$ x^{2}+y^{2}+z^{2}-4y-5=0$

1. Montrer que S est une sphère , préciser son centre $ω$ et son rayon
2. Déterminer une équation cartésienne de P
3. Etudier la position relative de S et P et caractériser leur intersection.

3.Pour tout m on associe le plan $P\_{m} :2mx+\left(1-2m\right)y+mz+1-2m=0$

1. Déterminer m pour que le plan $P\_{m} $soit tangent à S
2. Soit H le point de contact de $P\_{m} $et S lorsqu’ils sont tangents ; déterminer les coordonnées de H