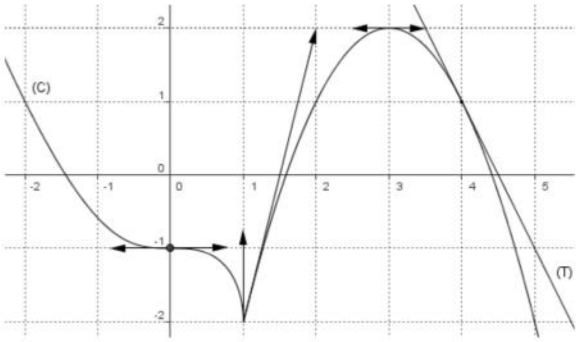
SÉANCE N°4
Dérivabilité d'une fonction

EXERCICE 1 :



Dans le graphique ci-contre on a tracé la courbe représentative d'une fonction f définie sur IR.

⁎ (T) est la tangente à (C) au point A(4,1).

⁎ Chaque flèche représente un vecteur directeur d'une demi-tangente.

⁎ La courbe (C) admet exactement deux tangentes horizontales.

1) Déterminer : $f'(0)$, $f'_d(1)$, $f'(3)$ et $\lim\limits_{x\to1^-}\frac{f(x)+2}{x-1}$

2) Déterminer les intervalles sur lesquels f est dérivable.

3) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

4) a) Déterminer $f(4)$ et $f'(4)$ puis écrire une équation de la tangente (T).

b) Déterminer une valeur approchée (à 10^{-3} prés) de chacun des réels $f(4{,}001)$.

EXERCICE 2 :

Soit la fonction $f : x \mapsto x^3 + 3x^2 - 9x + 1$. (C) étant sa courbe selon un repère orthonormé.

1) Etablir le tableau de variation de la fonction f.

2) a) Montrer que (C) admet un point d'inflexion A dont on précisera ses coordonnées.

b) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à (C) au point A.

c) Vérifier que $f(x) + 12x = (x+1)^3$ puis étudier la position relative de la courbe (C) et la tangente T.

EXERCICE 3 :

Soit la fonction f définie sur [0,2] par $f(x)=3-\sqrt{4-x^2}$; C_f étant la courbe de f dans un repère orthonormé

1) a) Etudier la dérivabilité de la fonction f a droite en 0 et a gauche en 2.

b) En déduire une interprétation graphique pour chaque résultat.

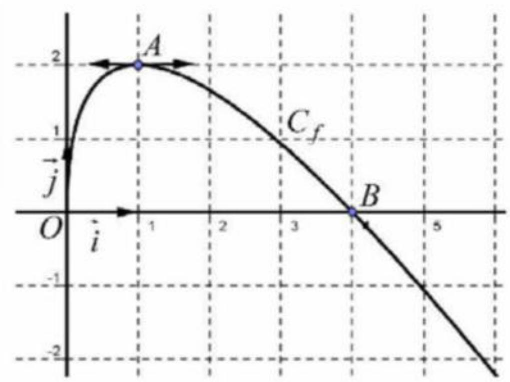
2) Montrer que f est dérivable sur l'intervalle [0,2[et que $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ $\forall x\in]0,2[$.

3) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

EXERCICE 4 :

Sur la figure ci-contre est tracée la courbe représentative notée C_f d'une fonction f **définie** et **dérivable** sur $]0,+\infty[$ dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. On sait que :

- La courbe C_f admet au point $A(1,2)$ une tangente d'équation $y=2$.
- La courbe C_f passe par le point $B(4,0)$.



1) a – Déterminer $f'(1)$.

b – Comparer $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f'(2)$

2) Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=[f(x)]^2$.

a – Exprimer $g'(x)$ en fonction de x.

b – Dresser le tableau de variation de g.

EXERCICE 5 :

Soit la fonction f : $x \mapsto \frac{x^2}{x-2}$ On désigne par (C) sa courbe représentative selon un repère orthonormé $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

2) Etablir le tableau de variation de f.

EXERCICE 6 :

La fonction f définie sur [0, +∞[par : $f(x)=\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

1) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0. En déduire une interprétation géométrique.

b) Montrer que f est dérivable sur $I=]0,+\infty[$ et que $f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$ $\forall$ x ∈I.

2) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur [0, + ∞[.

EXERCICE 7 :

Soit la fonction f définie sur [-3,+∞[par $f(x)= x\sqrt{2x+6}$ et (C) sa courbe selon un repère orthonormé du plan.

1) Etudier la dérivabilité de f à droite en (-3). En déduire une interprétation géométrique

2) Montrer que f est dérivable sur]-3,+∞[et que $f'(x)=\frac{3x+6}{\sqrt{2x+6}}$ $\forall$ x∈]-3,+∞[.

3) Etablir le tableau de variation de f.

4) On considère dans le plan les points A(-1,-2) et B(1,3).

a) Vérifier que la courbe (C) passe par les points A et B.

b) Montrer que la courbe (C) admet au moins une tangente parallèle à la droite (AB).