

## EXERCICE 1:

Soit la fonction  $f : x \mapsto \frac{1-2x\sin(3x)}{x^2+1}$

Montrer que pour tout réel  $x < 0$ , on a :  $\frac{2x+1}{x^2+1} \leq f(x) \leq \frac{1-2x}{x^2+1}$ . En déduire  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

## EXERCICE 2:

Soit la fonction  $f : x \mapsto \frac{1}{2-\cos x}$

1) Montrer que pour tout réel  $x$ , on a :  $\frac{1}{3} \leq f(x) \leq 1$ .

2) En déduire les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x(2-\cos x)}$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+1}{2-\cos x}$

## EXERCICE 3:

1) Soit les fonctions  $f : x \mapsto \frac{1}{x}$  et  $g : x \mapsto \sqrt{x+1}$

a) Calculer  $f \circ g(3)$  ;  $g \circ f(-2)$

b) Définir chacune des fonctions  $f \circ g$  et  $g \circ f$ .

c) Calculer les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g \circ f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g \circ f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f \circ g(x)$

## EXERCICE 4:

Dans chacun des cas suivants, déterminer deux fonctions  $u$  et  $v$  telles que  $f = u \circ v$  :

a)  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{x} + 1\right)$     b)  $f(x) = \frac{3\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-4}}$     c)  $f(x) = \sqrt{1 + \cos x}$     d)  $f(x) = |x^2 - x^4|$

## EXERCICE 5:

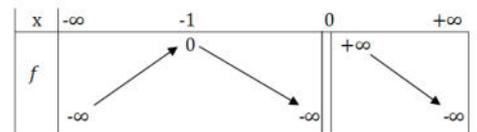
Soit les fonctions  $f : x \mapsto \frac{1}{x-1}$  et  $g : x \mapsto \sqrt{x+1}$

1) Montrer que la fonction  $g \circ f$  est continue en 2.

2) Montrer que la fonction  $g \circ f$  est continue sur  $]1, +\infty[$ .

## EXERCICE 6:

Voici le tableau de variation d'une fonction  $f$  définie et continue sur  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .



Déterminer chacune des limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(-1 + \frac{1}{x^2})$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(\frac{1}{x})$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(\sqrt{x})$  ;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x^3 + \frac{1}{x+1})$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{1 - f \circ f(x)}$  et  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{f(x)}$

## EXERCICE 7:

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par : 
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{4-x} + x & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = 2 + x^2 \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1) Montrer que pour tout  $x > 0$ ,  $2 - x^2 \leq f(x) \leq 2 + x^2$ . En déduire que  $f$  est continue en 0.

2) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3) Montrer que  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$ .