SERIE N° 2

EXERCICE N°1 :

Déterminer la forme trigonométrique de chaque nombre complexes:

$z_1 = -5i$; $z_2 = 4$; $z_3 = \dfrac{5+11i\sqrt{3}}{7-4i\sqrt{3}}$; $z_4 = \dfrac{(1-i)^2}{\left(1-i\sqrt{3}\right)^4}$

EXERCICE N°2:

Déterminer la forme trigonométrique de $Z = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}$

En déduire $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.

EXERCICE N°3:

Soit $t \in [0,\pi[$. Déterminer la forme trigonométrique de chacun des nombres complexes suivants : $Z_1=-1+i$; $Z_2 = 1+i+(1-i)\,tg\theta$ avec $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$;

$Z_3=1+Cost+i\,Sint$; $Z_4=1+i\,Cost+Sint$; $Z_5=(Cost+i\,Sint)^2$ et $Z_6=\dfrac{1+Cost+iSint}{-1+Cost+iSint}$

EXERCICE N°4:

Soit $z = e^{i\theta}$ avec $\theta \in \left]0,\pi\right[$, on pose $Z = \dfrac{iz(z-1)}{z+1}$.

1°) Ecrire sous forme exponentielle chacun des nombres complexes :

$z+1$; $z-1$ et Z .

2°) Déterminer la partie réelle x de Z et la partie imaginaire y de Z .

EXERCICE N°5:

Linéariser : $Cos^3 x\, Sin2x$, $Cos^2 2x\, Sin3x$, $Cos^4 x\, Sinx$

EXERCICE N°6:

Déterminer les racines carrées des nombres complexes suivant:

$z_1 = \dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$; $z_2 = 5$; $z_3 = 4\alpha+4\alpha i \,/\, \alpha \in \Re^*$; $z_4 = -14i$; $z_5 = i$

$z_6 = 1-\cos t + i\sin t$ / $t \in \left]-\pi,\pi\right[$.

EXERCICE N°7:

Résoudre dans C les équations suivantes :

a) $z^2 - 5z + 6 = 0$; b) $z^2 - (1-2i)z + 1 - 7i = 0$.

c) $(-4-2i)z^2 + (7-i)z + 1 + 3i = 0$; d) $-iz^2 + 2(1+i)z + 5(2+i) = 0$.

e) $(1+i)z^2 + 2iz - 1 - 3i = 0$; f) $2z^2 + (\sqrt{3} - 3i)z - 4 = 0$.

g) $z^2 - 2(1-i)z + 2i(1+tg^2\theta) = 0$ / $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

h) $\sin^2\alpha . z^2 + 2\sin 2\alpha . z + 1 = 0$ / $\alpha \in [0, \pi]$.

i) $\left(1 + tg^2\frac{\theta}{2}\right) z^2 + 4iz\,tg\frac{\theta}{2} - 4 = 0$ / $\theta \in]0, \pi[$.

j) $z^2 - (1+m)(1+i)z + i(m^2+1) = 0$ / $m \in C$.

EXERCICE N°8:

Résoudre dans C les équations suivantes :

a) $z^2 + \bar{z} - 1 = 0$; b) $z^2 - 2\bar{z} + 1 = 0$

c) $z^4 + 3(3-6i)z^2 + 2(16-63i) = 0$; d) $z^6 + (2i-1)z^3 - 1 - i = 0$.

EXERCICE N°9:

1°) Déterminer la racine $6iéme$ de l'unité sous forme trigonométriques puis algébrique.

2°) Résoudre l'équation $Z^6 = 8i$ et en déduire $Cos\frac{\pi}{12}$ et $Sin\frac{\pi}{12}$.

BON TRAVAIL