SERIE N° 3

EXERCICE N°1 :

Calculer les limites suivantes si elle existent :

a) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \sqrt{9x^2-8x+6}-x$; b) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \sqrt{x^2-8x+6}-x$; c) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \sqrt{x^2+3}+x$

d) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-1}+x}{x}$; e) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^2+x-3}{x^2+ax}$ $ou\, a\in\Re$; f) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+2x-5}}{2x}$

g) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{3x^2+x-1}+x$; h) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{|x||x-2|}{x(x^2-x-2)}$; i) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{2x+2}-2}{x-1}$

j) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1}}{x-1}$; k) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x^3+1}-\sqrt{x^3+x^2}}{x-1}$; l) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{|x||x-2|}{x(x^2-x-2)}$

EXERCICE N°2 :

Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt{\dfrac{\sin x}{x}}$; b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x+\sin 2x}{\sin x-\sin 2x}$; c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-\sin^2 x}{2+\sin x}$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{1}{2}x-\sin 2x\right)$; e) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2(3+\cos x)$; f) $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt{x}\cos\dfrac{1}{x}$

EXERCICE N°3 :

A/ Soit la fonction g défini sur $\Re_+$ par : $g(x)=2\sqrt{x}-x-1$.

1°) Etudier la dérivabilité de g adroite en 0.

2°) Déterminer $g'(x)$ pour tout $x\in\Re_+^*$

3°) a- Donner le tableau de variation de g.

b- En déduire que $g(x)\le 0$; $\forall\, x\in\Re_+$.

B/ Soit la fonction f défini sur $\Re$ par : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt{x}-x-1}{x-1} & si\ x\ge 0\ et\ x\ne 1\\ 1 & si\ \ x=1\\ \dfrac{x+1}{-x+1} & si\ \ x<0\end{cases}$

1°) Etudier la continuité de f en 0 et en 1 .

2°) a- Etudier la dérivabilité de f en 0 et en 1 .

b- Interpréter géométriquement le résultat trouvé.

3°) Calculer $f'(x)$. et donner le tableau de variation de f

EXERCICE N°4 :

Soit la fonction f défini par : $\begin{cases} \sqrt{x^2-1}+\pi x+Cos\pi x\ +1 & si\ x>1 \\ x^2-x+\pi & si\ x\leq 1 \end{cases}$

1°) Etudier la continuité de f en 1.

2°) a- Montrer que $\forall\, x>1\ ;\ f(x)\geq \sqrt{x^2-1}+\pi x$.

b- Déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3°) a- Etudier la dérivabilité de f sur $]1\,,+\infty[$.

b- Prouver que $\forall\, x>1\ ;\ f'(x)>0$.

4°) Montrer que $\lim\limits_{x\to(1)^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=+\infty$.

Interpréter géométriquement le résultat trouvé .

5°) Dresser le tableau de variations de f .

6°) L'équation $f(x)=0$ possède –t-elle des solutions dans $\Re$?

7°) Soit $h:[0\,,\,\pi]\to\Re\ \ ;\ x\mapsto h(x)=f(3+Sinx)$.

a- Etudier la dérivabilité de h sur $[0\,,\,\pi]$.

b- Dresser le tableau de variations de h.

EXERCICE N°5 :

Soit A et B deux points d'affixes respectives i et $i\sqrt{3}$.

Soit $f:P-\{A\}\to P\quad ;\qquad M(z)\mapsto M'(Z')\ /\ \ z'=\dfrac{z-i}{z-i\sqrt{3}}$

1°) Dans cette question on prend $z=1$.

a- Donner la forme algébrique de z'.

b- Donner la forme trigonométrique de z'.

c- Déduire les valeurs de $Cos\dfrac{\pi}{12}$ et $Sin\dfrac{\pi}{12}$.

d- Montrer que z'^{1998} est un nombre imaginaire pur.

2°) Soit l'ensemble E des points $M(z)$ tel que $\left|\dfrac{z-i}{z-i\sqrt{3}}\right|=1$,Déterminer cet ensemble

3°) Montrer que $\forall\, z\in C-\{i\,,\,i\sqrt{3}\}$ on a $\arg z'\equiv\left(\overrightarrow{MB}\ ,\ \overrightarrow{MA}\right)[2\pi]$

BON TRAVAIL