SERIE N° 10

EXERCICE N°1 :

Résoudre dans $\Re$ les équations et les inéquations suivantes :

a) $\log(x^2-1)=1$. b) $\log(3x-1)=\log(4x-1)$ c) $\log(x-4)+1=0$.

d) $\log(x-1)=-5$. e) $\log(1+\log x)=2$ f) $2(\log x)^2-\log x-1=0$.

g) $2\log x<1$. h) $\log(2x^2+3x+1)<0$ i) $\log(3-x)-2\log 3=0$.

EXERCICE N°2 :

Calculer $f'(x)$ en précisant la domaine de dérivabilité :

a) $f(x)=x-4+\dfrac{\log x}{4}$. b) $f(x)=x\log x-x$ c) $\log\left|x+3-\sqrt{x^2+1}\right|$.

d) $f(x)=\log\left|\dfrac{x+1}{x}\right|$. e) $f(x)=\dfrac{1+\log x}{1-\log x}$ f) $\log|\cos x|$.

g) $f(x)=\log(x^2-3x+7)^2$ h) $f(x)=\dfrac{1}{x+2}\log\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ i) $f(x)=\log^3(2x^2+2)$.

EXERCICE N°3 :

Déterminer la forme générale des primitives de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$ sur $]1,+\infty[$. b) $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$ sur $]1,+\infty[$.

c) $f(x)=x-1+\dfrac{\log x}{x}$ sur $[1,+\infty[$. d) $f(x)=\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x}$ sur $]0,+\infty[$

EXERCICE N°4 :

Calculer les limites suivantes:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{\log\sqrt{x}}$. b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\log\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right)$. c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\sin(\log x)}{x}\right)$.

d) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}\log\left(\dfrac{x}{2}+1\right)$. e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\log x+2}{\log x-1}\right)$ et en 0. f) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\log(1+\dfrac{1}{x})$.

g) $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\log\left(\dfrac{2x-1}{x+2}\right)$. h) $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}\log\left(\dfrac{2x-1}{x+2}\right)$. i) $\lim\limits_{x\to0^+}x\log\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$.

EXERCICE N°5 :

Soit f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\log x+\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2}$.

1°) Etudier le sens de variation de f .

2°) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution sur $]0,+\infty[$.

3°) En déduire le signe de f .

EXERCICE N°6 :

Soit f une fonction définie par $f(x)=\log\left(\frac{x}{2-x}\right)$.

1°) Montrer que f est dérivable sur $]0,2[$.

2°) Etudier le sens de variation de f.

3°) a- Montrer que le point $I(1,0)$ est un centre de symétrie pour ξ_f.

b- Ecrire une équation de la tangente (T) à ξ_f au point I.

4°) a- Montrer que f réalise une bijection de $]0,2[$ sur $\Re$.

b- Calcler $f^{-1}(x)$ pour tout réel x.(f^{-1} est la fonction réciproque de f)

EXERCICE N°7 :

Soit f la fonction définie sur $\left]-\frac{3}{2},+\infty\right[$ par : $f(x)=-x+\log(2x+3)$.

On désigne par ξ_f sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) Etudier le sens de variation de f.

2°) Etudier la positions relative de ξ_f et la droite $\Delta : y=-x$.

3°) Montrer que ξ_f admet une branche parabolique de direction celle de Δ.

4°) Construire ξ_f et Δ.

PROBLEME:

Partie A: Soit g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=2x\sqrt{x}-3\log x+6$.

En utilisant le sens de variation de g déterminer suivant les Valeurs de x le signe de $g(x)$.

Partie B: Soit f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\frac{3\log x}{\sqrt{x}}+x-1$.

1°) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

2°) Déterminer le sens de variation de f.

3°) a- Soit Δ la droite d' équation $y=x-1$ et ξ_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé . Montrer que Δ est une asymptote à ξ_f.

b- Etudier la position relative de ξ_f et de Δ.

c- Construire ξ_f et Δ

BON TRAVAIL

~~EXERCICE N°6 :~~