SERIE n°14

EXERCICE N°1:

Calculer les intégrales suivantes :

1°) $\int_0^1 \frac{1}{3}x^3 + 2x - 5\,dx$. 2°) $\int_0^1 t\left(t^2+1\right)^3 dt$. 3°) $\int_2^3 \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$. 4°) $\int_1^e \frac{\log^2 x}{x}\,dx$.

5°) $\int_{\log 2}^{\log 3} 2e^x\,dx$. 6°) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^3 x\,dx$. 7°) $\int_{-2}^{0} (1+t)e^{t(t+2)}dt$. 8°) $\int_0^1 e^x\,dt$.

EXERCICE N°2:

Calculer les intégrales suivantes par la méthode d'intégration par parties :

1°) $\int_0^\pi x\sin x\,dx$. 2°) $\int_0^1 xe^x\,dx$. 3°) $\int_1^e x\log x\,dx$. 4°) $\int_1^e \log x\,dx$.

EXERCICE N°3:

Soit $f : x \mapsto \frac{1}{e^x(1-x)}$.

1°) Etudier les variations de f.

2°) En déduire que pour $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ on a : $1 \le f(x) \le \frac{2}{\sqrt{e}}$.

3°) a- Vérifier que $\forall\ x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ on a : $1 + x + \frac{x^2}{1-x} = \frac{1}{1-x}$.

b- Montrer que $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1+x}{e^x}\,dx + \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 f(x)\,dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{e^x(1-x)}$.

c- Calculer : $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1+x}{e^x}\,dx$.

d- Montrer que $\frac{1}{24} \le \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 f(x)\,dx \le \frac{1}{12\sqrt{e}}$.

EXERCICE N°4:

Soit la fonction f définie sur $\Re$ par : $f(x) = x + e^{3x-3}$.

On désigne par ξ sa courbe représentative dans un R.O $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1°) Dresser le tableau de variation de f.

2°) Montrer que la droite Δ d'équation : $y = x$ est une asymptote à ξ.

3°) Etudier la position relative de ξ par rapport à Δ.

4°)

a- Montrer que f réalise une bijection sur $\Re$.

b- Montrer que la fonction réciproque f^{-1} de f est dérivable sur $\Re$.

c- Calculer $f(1)$ et $\left(f^{-1}\right)'(2)$.

5°) Déterminer la primitive F de f qui s'annule en 1.

BON TRAVAIL