4°sc. TECH.
SMAALI.

Liste n° : 10

EXERCICE N°1.

Soient les fonctions : $f(x) = x^2+x+1$; $g(x) = -\sqrt{x} - x + 1$; $h(x) = (x+1).(1+\sqrt{x})$

1) a- Justifier que f est strictement croissante sur $I =]0, +\infty[$.

b- Montrer que l'équation $f(x)=2$ admet sur I une unique solution α et que $0<\alpha<1$.

2) a- Justifier que g est strictement décroissante sur $J =]0, +\infty[$.

b- Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet sur J une unique solution λ et que $0<\lambda<1$.

3) a- Justifier que h est strictement croissante sur $K =]0, +\infty[$.

b- Montrer que l'équation $h(x)=3$ admet sur K une unique solution β et que $0<\beta<1$

EXERCICE N°2.

Soit la fonction $f(x) = \begin{cases} x^2+3x+1 & si \quad x \geq 0 \\ \dfrac{\sin x}{x} & si \quad x < 0 \end{cases}$

1°) Déterminer le domaine de définition de f.

2°) Calculer la limite de f en $-\infty$ et interpréter le résultat.

3°) Calculer : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter ces résultats.

4°) Etudier la continuité de f en 0.

5°) justifier que f est strictement croissante sur $L =]0, +\infty[$; puis déduire que l'équation $f(x)=4$ admet dans I une unique solution x_0 et que $0,5<x_0<1$.

EXERCICE N°3.

Le tableau de variations suivant est celui d'une fonction f définie et continue sur $[0,5]$.

1) Montrer que l'équation $f(x)=-1$ admet une unique solution α dans $[0, 1]$

2) Montrer que l'équation $f(x)=-1$ admet exactement trois solutions dans $[0, 5]$.