4°sc. T E C H.
S M A A L I.

EXERCICE N°1.

1) Montrer que la suite définie par $U_n = \dfrac{n + \cos n}{n+1}$, est majorée par 1.

2) Montrer que la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2 + U_n^{\ 2}} \end{cases}$, est minorée par 0.

3) Montrer que la suite définie par $u_0 = 0{,}5$; $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+u_n}$, est bornée entre 0 et 1.

EXERCICE N°2.

1 - Soit f la fonction définie sur $[-1;+\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{2}}$

Montrer que f est strictement croissante sur $]-1;+\infty[$

2 – Soit la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n),\ n \in IN \end{cases}$

a – Démontrer que pour tout entier naturel n, on a : $0 \leq u_n \leq 1$.

b – Montrer que (U_n) est une suite croissante.

c - Montrer que : $\forall n \in \mathrm{N}$ on a : $u_n = \cos\left(\dfrac{\pi}{3 \,.\, 2^n}\right)$