4°sc. T E C H.
S M A A L I.

Liste n° : 14 .

EXERCICE N°1.

Soit l'équation (E) : $z^2+2(\sqrt{3}+i)z+8+8\sqrt{3}i=0$

On désigne par z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E).

1) a) Sans calculer z_1 et z_2 vérifier que $|z_1.z_2|=16$ et $\arg(z_1\times z_2)\equiv\pi/3+2k\pi$

b) Vérifier que $z_1=-4i$ est une solution de (E).

c) En déduire l'écriture exponentielle puis l'écriture cartésienne de z_2.

2) Résoudre alors dans C l'équation (E') : $z^4+2(\sqrt{3}+i)z^2+8+8\sqrt{3}i=0$

EXERCICE N°2.

1) Montrer que $ie^{i\frac{\pi}{6}}=\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^2$

2) Résoudre dans C l'équation (E) : $z^2-2\left(e^{i\frac{\pi}{12}}\right)z+(1-i)e^{i\frac{\pi}{6}}=0$

3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct (O, i, j),

On donne les points A, B et C d'affixes respectifs : $e^{i\frac{\pi}{3}}$; $e^{i\frac{\pi}{12}}$ et $e^{i\frac{\pi}{3}}+e^{i\frac{\pi}{12}}$

a) Montrer que le quadrilatère OACB est un losange.

b) Placer les points A, B et C. c) Calculer l'aire du losange OACB.

EXERCICE N°3.

1) Mettre les solutions de l'équation $z^2-2iz-2=0$ sous la forme trigonométrique.

2) Soit θ un réel de l'intervalle $]0,\pi[$. On considère l'équation (E) : $z^2-2e^{i\theta}z+e^{2i\theta}-1=0$

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectifs $z_A=2e^{i\theta}$; $z_B=1+e^{i\theta}$ et $z_C=-1+e^{i\theta}$

a) Ecrire z_B et z_C sous la forme exponentielle. b) Montrer que le quadrilatère OBAC est un rectangle. c) Déterminer le réel θ de $]0,\pi[$ tel que OBAC soit un carrée. d) Soit le point I le centre du rectangle OBAC. Déterminer l'affixe du point D tel que OIBD soit un losange. e) Déterminer le réel θ de $]0,\pi[$ tel que l'aire du losange OIBD soit égale à ½ .