



EXERCICE N^o1.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 0 \\ 2x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

1/ Etudier la continuité de f en 0

2/a) Etudier la dérivabilité de f en 0

b) Interpréter graphiquement les résultats trouvés

3/ Calculer la fonction dérivée de f sur chaque intervalle

4/ Dresser le tableau de variation de f

5/ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$; Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

EXERCICE N^o2.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x^2 + x + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 + \sqrt{x^2 + 1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1/ f est-elle dérivable en 0 ?

2/a) Calculer la fonction dérivée de f sur chaque intervalle

b) Dresser le tableau de variation de f

3/a) Montrer que la droite $D: y = x + 1$ est une asymptote à la courbe de f au voisinage de $(+\infty)$.

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$; Interpréter graphiquement le résultat

4/ Pour $x \in]-\infty, 0]$ Montrer que la courbe de f admet un point d'inflexion A dont on précisera les coordonnées.

EXERCICE N°3.

1°) Étudier les variations de la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{4-x}$ et construire sa courbe représentative (ξ_g) dans un plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

2°) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{4-x}$.

a- Étudier la position de la courbe représentative (ξ_f) de f par rapport à (ξ_g) .

b- Étudier les variations de la fonction f .

c- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans l'intervalle $]-\infty, 4]$ et vérifier que $\alpha \in]-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}]$.

d- Construire la courbe (ξ_f) dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

3°) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans $]0, 4]$ une solution unique x_0 .

Vérifier que $x_0 \in]\frac{7}{4}, \frac{9}{4}]$.

EXERCICE N°4.

I- Dresser le tableau de variation de g définie sur $[1, +\infty[$ par

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}.$$

II- Soit la fonction f définie sur $[2, +\infty[$ par $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 2x}$.

(C) est la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) Étudier la dérivabilité de f à droite en 2 et à gauche en 0.

Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2) Dresser le tableau de variation de f

3) a) Montrer que $\Delta : y = 2x - 1$ est une asymptote oblique à (C) .

b) Étudier la position de (C) par rapport à Δ .

4) Tracer la courbe (C) .