4°sc. T E C H.
S M A A L I.

Liste n° : 18

EXERCICE N°1.

I- Soit g la fonction définie sur $]1\ ;+\infty[$ par $g(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

1) Calculer les limites de g en $+\infty$ et à droite en 1.

3) On désigne par f la fonction définie par

$$f(x)=\begin{cases} g\left(\frac{1}{cosx}\right) & si\ x\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[\\ f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1 & \end{cases}$$

a) Etudier la continuité de f à gauche en $\frac{\pi}{2}$.

b) Calculer la limite de f à droite en 0. Interpréter le résultat.

II- Soit f la fonction définie par : $f(x)= x-\sqrt{x}$.

1/ déterminer le domaine de dérivabilité de f.

2/ calculer s'il existe $f'(1)$.

3/ soit g la fonction définie sur $[0,\pi/2\pi[$ par : $g(x)=f0u(x)$ avec $u(x)= tg\ x$.

a) étudier la dérivabilité de u en $\pi/4$.

b) En déduire que g est dérivable en $\pi/4$ et calculer $g'(\pi/4)$.

III- Soit f la fonction définie par $f(x)=x-\sqrt{x-x^2}$

1/ déterminer le domaine de continuité de f.

2/ a) étudier la dérivabilité de f à droite en 0 et à gauche en 1;

interpréter géométriquement les résultats obtenus.

b) déterminer le domaine de dérivabilité de f.

c) calculer $f'(x)$ pour tout $x\in]0,1[$.

3/ soit g la fonction définie sur $[0,\pi/2]$ par : $g(x)= f(\cos x)$.

Étudier la dérivabilité de g en $\pi/2$ et en $\pi/3$.

EXERCICE N°2.

Soit la fonction f définie et continue sur IR par $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2+1}+2x}{x^2+1} & si \quad x>0 \\ x^3+2x+1 & si \; x \leq 0 \end{cases}$

1) calculer la limite de f en +∞.

2) Etudier la continuité de f en 0.

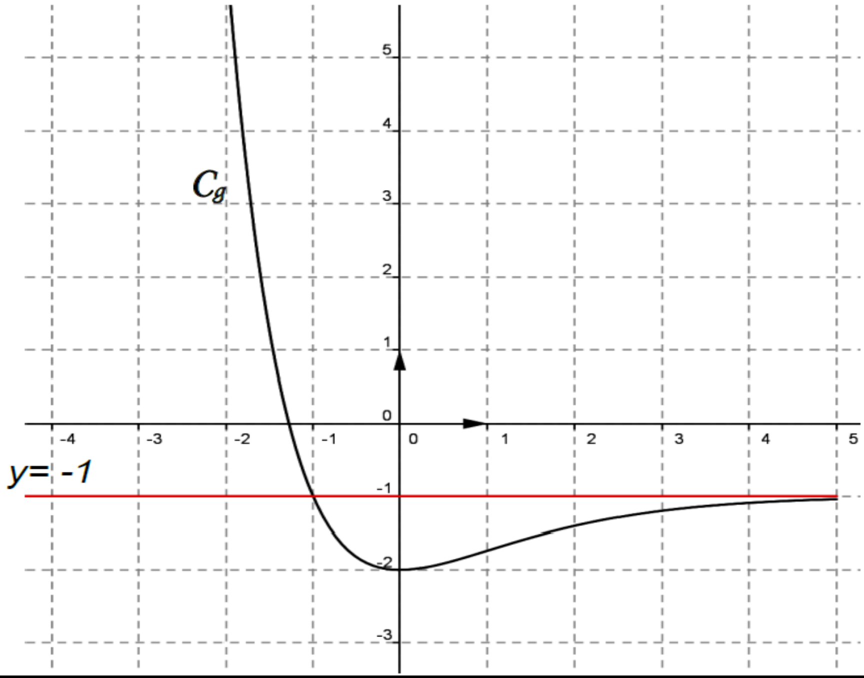
3) a) Etudier les variations de f sur I=]-∞, 0].

b) Monter que l'équation f(x) =0 admet dans I une unique solution α puis vérifier que $-0,5 \leq \alpha \leq -0,4$.

4) La courbe Cg ci dessous est la représentation graphique d'une fonction g définie sur IR.

Cg admet la droite D : y =-1 comme asymptote horizontale au voisinage de (+∞)

Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} g0f$ $\lim\limits_{x\to-\infty}$ lim $f0g$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f0g$



EXERCICE N°3.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$

1) Calculer $f'(x)$

2) En déduire la dérivée de g,h, k et l définies par :

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \;;\; h(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-1}} \;;\; k(x) = \frac{x^2+2}{x^2-1} \;;\; l(x) = \frac{\cos x + 2}{-1+\cos x}$$