4°sc. T E C H.
S M A A L I.

Liste n° : 21

EXERCICE N°1.

1°) Soit la fonction f définie sur l'intervalle $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$par $f(x)=\sin x$

a- Déterminer le sens de variation de la fonction $f\,'$.

b- Soit $u\in\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$.Déterminer un encadrement de $f\,'(x)$ sur l'intervalle $[0,u]$

c- En appliquant l'inégalité des accroissements finis montrer que :

$$u\cos u\le \sin u\le u \qquad (1)$$

2°) Soit la fonction g définie sur l'intervalle $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$par $g(x)=\cos x$

a- Déterminer le sens de variation de la fonction $g\,'$.

b- Soit $u\in\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$.Déterminer un encadrement de $g'(x)$ sur l'intervalle $[0,u]$

c- En appliquant l'inégalité des accroissements finis, montrer que :

$$1-u^2\le \cos u\le 1 \qquad (2)$$

3°) En déduire de (1) et (2)que $u-u^3\le \sin u\le u$

EXERCICE N°2.

Soit la fonction f définie sur$[3,+\infty[$ par $\mathrm{f(x)} = \mathrm{x}+\sqrt{\mathrm{x}^2-9}$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) a-Etudier la dérivabilité de f en 3. Interpréter graphiquement le résultat.

b-Montrer que pour $x\in\,]3,+\infty[$ par $\mathrm{f'(x)} = 1+\frac{\mathrm{x}}{\sqrt{\mathrm{x}^2-9}}$

c- Montrer que f est une bijection de$[3,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera

2) a- Montrer que f^{-1} est dérivable sur $[3,+\infty[$

b- Calculer f(5) et $(f^{-1})'(9)$

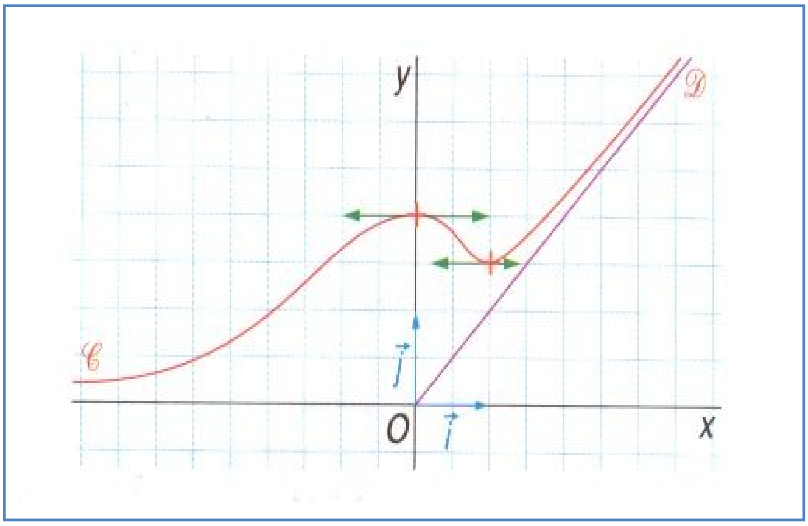
c- Ecrire une équation de la tangente à la courbe de f^{-1} au point d'abscisse 9.

3) Déterminer $\mathrm{f}^{-1}(\mathrm{x})$ pour $x\in[3,+\infty[$

EXERCICE N°3.

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

on a représenté dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ la courbe (ζ) de la fonction f, ses tangentes « horizontales » et ses asymptotes d'équation $y = 0$ en $-\infty$ et $y = x$ en $+\infty$.



1) Déterminer graphiquement : $f(0)$, $f'(0)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

   a) Justifier que la restriction g de f à l'intervalle $]-\infty\ ;\ 0\ [$ admet une fonction réciproque g^{-1} et préciser l'ensemble de définition de g^{-1}.

2) Soit (ζ') la courbe représentative de g^{-1} dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. Tracer (ζ') et la demi-tangente à (ζ') au point d'abscisse 2.

EXERCICE N°4.

On considère la fonction g définie sur $I = \left]0, \frac{\pi}{2}\right]$ par : $g(x) = \dfrac{1}{Sinx}$.

1) Etudier les variations de g er construire sa courbe dans un repère orthonormé.
2) Montrer que g établit une bijection de I sur un intervalle J.
3) Sur quel intervalle J' la fonction g^{-1} est elle dérivable ?
4) Montrer que pour tout x de J', on a : $(f^{-1})'(x) = \dfrac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$