SERIE N° 11

EXERCICE N°1 :

Soit f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\log x+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}$.

1°) Etudier le sens de variation de f.

2°) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution sur $]0,+\infty[$.

3°) En déduire le signe de f.

EXERCICE N°2 :

Soit f la fonction définie sur $\left]-\frac{3}{2},+\infty\right[$ par : $f(x)=-x+\log(2x+3)$.

On désigne par ξ_f sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) Etudier le sens de variation de f.

2°) Etudier la positions relative de ξ_f et la droite $\Delta : y=-x$.

3°) Montrer que ξ_f admet une branche parabolique de direction celle de Δ.

4°) Construire ξ_f et Δ.

EXERCICE N°3 :

Soit f une fonction définie par $f(x)=\log\left(\frac{x}{2-x}\right)$.

1°) Montrer que f est dérivable sur $]0,2[$.

2°) Etudier le sens de variation de f.

3°) a- Montrer que le point $I(1,0)$ est un centre de symétrie pour ξ_f.
b- Ecrire une équation de la tangente (T) à ξ_f au point I.

4°) a- Montrer que f réalise une bijection de $]0,2[$ sur $\Re$.
b- Calculer $f^{-1}(x)$ pour tout réel x.(f^{-1} est la fonction réciproque de f)

EXERCICE N°4 :

Partie A: Soit g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=2x\sqrt{x}-3\log x+6$.
En utilisant le sens de variation de g déterminer suivant les Valeurs de x le signe de $g(x)$.

Partie B: Soit f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\frac{3\log x}{\sqrt{x}}+x-1$.

1°) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

2°) Déterminer le sens de variation de f .

3°) a- Soit Δ la droite d' équation $y = x - 1$ et ξ_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé . Montrer que Δ est une asymptote à ξ_f .

b- Etudier la position relative de ξ_f et de Δ .

c- Construire ξ_f et Δ

EXERCICE N°5 :

A/ Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x) = 2x\log x - x - 1$.

1°) a- Calculer la limite de $g(x)$ en $+\infty$.

b- Dresser le tableau de variation de g .

2°) a- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $]0,+\infty[$ une solution unique α .
Vérifier que : $2 < \alpha < 2.1$.

b- En déduire le signe de $g(x)$.

B/ Soit f la fonction définie sur $[0\ ,+\infty[$ par $f(x) = \begin{cases} x^2(\log x - 1) - x & si\ \ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On désigne par ξ_f la courbe représentative de f dans un RON $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1°) a- Montrer que f est continue à droite en 0.

b- Montrer que f est dérivable à droite en 0.

c- Ecrire une équation de la demi-tangente à ξ_f à droite au point O.

2°) a- Montrer que $\forall\ x > 0$ on a $f'(x) = g(x)$.

b- Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

c- Dresser le tableau des variation de f et montrer que $f(\alpha) = -\dfrac{\alpha^2 + \alpha}{2}$.

3°) Soit D la droite d'équation : $y = -x$.

a- Etudier la position relatives de ξ_f et D.

b- Tracer ξ_f et D dans le même RON $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (*prendre* $\alpha \approx 2$).

BON TRAVAIL