EXERCICE N°1:

1°) Résoudre dans l'ensemble C l'équations : $z^2 - (1+i)z + i = 0$.

2°) θ étant un réel de l'intervalle $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, on considère l'équation dans C :

$$E_\theta : z^2 - 2e^{i\theta}\cos\theta . z + e^{2i\theta} = 0 \quad .$$

a- Vérifier que 1 est une solution de E_θ.

b- En déduire l'autre solution de E_θ.

3°) le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on désigne par A et B les points d'affixes respectives 1 et $e^{2i\theta}$.

a- Déterminer l'ensemble des points B quand θ varie dans l'intervalle $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

b- Déterminer l'affixe du point C tel que $OACB$ soit un losange.

c- Déterminer le réel θ pour que la mesure de l'air du losange $OACB$ égale $\frac{1}{2}$

EXERCICE N°2:

On considère la suite réelle u_n définie sur IN par :

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{3}{2} \\ u_{n+1} = 1 + \sqrt{u_n - 1} \qquad \forall, n \in IN. \end{cases}$$

1°) a- Montrer par récurrence que pour tout n de IN, $1 < u_n < 2$.

b- Montrer que u_n est croissante.

c- En déduire que u_n converge vers une limite que l'on déterminera.

2°) Soit v_n la suite réelle définie sur IN par : $v_n = \log(u_n - 1)$.

a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$

b- Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$.

c- Retrouver $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$