SERIE n°9

EXERCICE N°1:

Déterminer l'équation Cartésienne du plan dans chaque cas suivante :

$$P:\begin{cases} x = 3-5\alpha-\beta \\ y = -2+2\alpha+2\beta \\ z = 1+\alpha+4\beta \end{cases} ;\ \alpha\ ,\ \beta \in \Re \quad ; \quad Q:\begin{cases} x = 1+\alpha-\beta \\ y = -1+\alpha+\beta \\ z = 2+2\alpha+3\beta \end{cases} ;\ \alpha\ ,\ \beta \in \Re$$

$$T:\begin{cases} x = 2-\alpha+\beta \\ y = 1+\alpha+3\beta \\ z = 2+5\alpha-\beta \end{cases} ;\ \alpha\ ,\ \beta \in \Re \quad ; \quad S:\begin{cases} x = 1-\alpha+\beta \\ y = 1+\alpha-2\beta \\ z = -1+2\beta \end{cases} ;\ \alpha\ ,\ \beta \in \Re$$

EXERCICE N°2:

Dans l'espace ξ est rapporté à un repère cartésien $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.
Soient les points $A(1,1,1)$; $B(2,0,-1)$; $C(-1,2,-1)$ et $E(2,-1,3)$

1°) a- Vérifier que les points A , B et C ne sont pas alignés.
b- Déterminer une équation cartésienne du plan P contenant A, B et C.
c- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont-ils coplanaires ?

2°) Soit Δ l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de ξ tel que : $\begin{cases} x+y-1=0 \\ z-2y-5=0 \end{cases}$

a- Vérifier que l'ensemble Δ est une droite de ξ et que $E \in \Delta$.
b- Etudier la position relative de Δ et (AB).
c- En déduire $\Delta \cap P$.

EXERCICE N°3:

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

$$P_m : m\,x + 2\,y - m^2 z + 3 = 0 \quad ; \quad m \in \Re .$$

1°) a- Déterminer les plans P_m passant par le point $A(2,0,1)$.
b- Déterminer $P_{-1} \cap P_1$.
c- Montrer que tous les plans P_m passant par un point fixe B.
d- Déterminer suivant les valeurs de m la position de (AB) et P_m.

2°) Soit Δ la droite passant par B et de vecteur directeur $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

a- Montrer que (OA) et Δ ne sont pas coplanaires.
b- Soit Q le plan contenant la droite (OA) et parallèle à Δ.
Déterminer une équation cartésienne du plan Q.
c- Déterminer m pour que les plans Q et P_m soient parallèles.

EXERCICE N°4:

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.
Soient les points $A(1,1,2)$; $B(0,1,1)$ et $\overrightarrow{N}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$.

1°) Montrer que les points O , A et B ne sont pas alignés.
2°) Montrer qu le vecteur $\overrightarrow{N}$ est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.
3°) En déduire une équation cartésienne du plan (OAB).
4°) Soit le plan $P : x+y-z=0$.

a- Donner une représentation paramétrique de la droite Δ passant par A et perpendiculaire à P.
b- Déterminer les points M de Δ tel que $d(M , P)=1$.
c- Caractériser l'ensemble des points M de P tel que $d(M , \Delta)=\sqrt{2}$.

5°) a- Donner une équation cartésienne du plan médiateur H du $[AB]$.
b- Montrer que H et P sont sécants.

EXERCICE N°5:

L'espace étant rapporté à un repère cartésien $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On considère les droites D et D' de représentation paramétriques:

D: $\begin{cases} x=-1-2\alpha \\ y=2-\alpha \\ z=-2+3\alpha \end{cases}$; $\alpha \in \Re$ et D': $\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=5-\lambda \\ z=1-3\lambda \end{cases}$; $\lambda \in \Re$.

1°) Déterminer la position de D et D'.

2°) Déterminer une équation cartésienne du plan P contenant le point A (0, -1, 2) et parallèle à D et à D'.

3°) Le plan $P_m : (-m+1)\,x+2\,(m+2)\,y-(m+1)\,z+1=0$.

a- Montrer que P_m est un plan.
b- Montrer que tous les P_m contiennent une droite fixe Δ.
c- Déterminer $P_2 \cap P$.

4°)
a- Déterminer m pour que D soit parallèle à P_m.
b- Dans le cas ou D n'est pas parallèle à P_m Déterminer les coordonnées du point I_m d'intersection de D et P_m.

BON TRAVAIL