

Exercice N°1

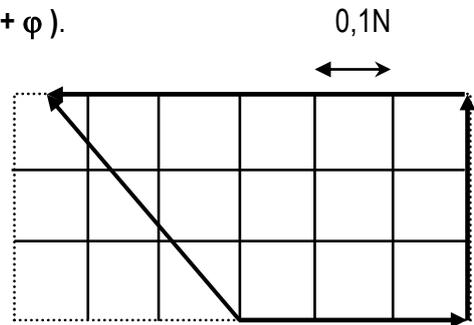
Un oscillateur mécanique est constitué d'un solide S de masse $m = 0,2 \text{ Kg}$ suspendu à l'extrémité inférieure d'un ressort de raideur $K = 20 \text{ N.m}^{-1}$. Le ressort est disposé verticalement.

Le solide S est soumis à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -h \cdot \vec{v}$ et une force excitatrice verticale de valeur $F = F_m \cdot \sin(\omega t)$.

On admet que la loi horaire du mouvement du solide est $x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi)$.

1- On règle la pulsation à une valeur ω_1 .

- Etablir l'équation différentielle relative à l'abscisse x .
- La construction de Fresnel associée à l'équation différentielle est donnée par la figure ci-contre :



En exploitant la construction fournie.

- Déterminer les valeurs de X_m , ω_1 , h et φ .
- Déterminer l'expression de F_m en fonction de X_m , h , ω_1 , k et m . La calculer.

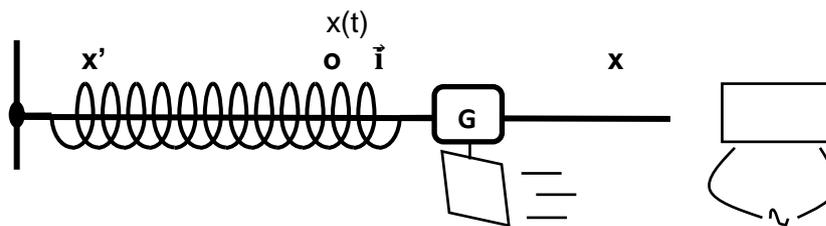
2- On règle la pulsation à une valeur ω_2 de façon que X_m prend sa valeur maximale.

- Qu'appelle-t-on ce phénomène ?
- Déterminer l'expression de la pulsation ω_2 correspondante et calculer sa valeur.
- Tracer l'allure des variations de $X_m = f(\omega)$; on notera approximativement sur le tracé, la position de ω_2 par rapport à ω_0 . Justifier.

Quel est l'effet d'une augmentation des frottements sur l'allure de cette courbe ?

3- On règle la pulsation à une valeur ω_3 de sorte que l'amplitude de la vitesse prend sa valeur maximale.

- Etablir l'équation différentielle du mouvement relative à la vitesse.
- Faire la construction de Fresnel relative à ω_3 et déduire les valeurs de V_m et le déphasage de la vitesse par rapport à la force excitatrice.
- le ressort perd son élasticité une fois que la puissance moyenne absorbée par cet oscillateur dépasse une valeur limite $P_L = 1 \text{ W}$. Dire si dans ces conditions le ressort fonctionne normalement. Justifie.

Exercice N°2

Un pendule élastique est formé par un aimant (solide) (S) de masse $m = 0,25 \text{ Kg}$, et un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K . Ce pendule peut coulisser le long d'une tige horizontale.

Une large plaque, de masse négligeable, attachée au solide permet à l'air d'exercer sur (S) une force de frottement visqueux $\vec{f} = -h \cdot \vec{v}(t)$ (h étant le coefficient de frottement).

A l'instant t quelconque, on désignera par x et v respectivement l'abscisse et la vitesse du centre d'inertie du solide dans le repère (O, \vec{i}) d'origine O , la position d'équilibre du solide et d'axe porté par la tige et orienté de gauche à droite.

Une bobine à noyau en fer doux, parcourue par un courant alternatif sinusoïdal de fréquence N , exerce sur le solide, une force excitatrice: $\vec{F} = F_m \sin(\omega t + \varphi_F) \vec{i}$ avec : $(\omega = 2 \pi N)$

1°- a- Montrer que l'équation différentielle du mouvement du solide peut s'écrire sous la forme :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + Kx = F$$

b- Déduire la nature du mouvement du centre d'inertie G .



2°- Pour une pulsation $\omega = \omega_1$:

- la construction de Fresnel correspondante est donnée sur la **figure - 1**
- Les représentations, sur le même système d'axes, de la force excitatrice $F(t)$ et de la tension du ressort $T(t)$ sont données sur la **figure - 2**.

a- Déterminer pour chaque force :

- L'amplitude.
- La phase initiale.

b- En déduire les expressions instantanées des forces $F(t)$ et $T(t)$.

3°- En s'appuyant sur la construction de Fresnel précédente et sur les courbes, déterminer :

- La valeur de la raideur K du ressort puis de la pulsation propre ω_0 du pendule.
- La valeur du coefficient de frottement h .
- La valeur de l'amplitude X_m et celle de la phase initiale φ_x de l'élongation $x(t)$.

5°- Dire, si pour la pulsation ω_1 , le pendule est en résonance d'amplitude ou non ? Justifier la réponse.

6°- Comment doit – on varier la pulsation excitatrice ω pour atteindre cette résonance ?

7°- Pour quelle valeur ω_r a – t – on résonance d'amplitude ? En déduire la valeur de l'amplitude X_m dans ce cas.

