Lycée Maknassy ✍ *ALIBI .A.*

serie N°8: Les oscillations libres mécaniques

2010-2011 - *4ème TEC* - *Sc.physiques*

EXERCICEN°1 :

Un pendule élastique horizontal, formé par un solide de masse m=300 g, attaché à l'extrémité libre d'un ressort de raideur k=30 N.m^{-1}, posé sur un plan horizontal. Le contact du solide avec le plan horizontal, se fait en présence d'un frottement visqueux. On néglige le frottement exercé par l'air sur le système et on note f, la résultante des forces de frottement exercées par le plan sur le solide.

A l'origine des dates, le solide est écarté de sa position d'équilibre d'une distance a=5 cm dans le sens de l'axe, puis abandonné à une date t=0. Il commence alors à osciller au tour de sa position d'équilibre.

1- Représenter toute les forces agissantes sur le solide à une date t quelconque.

2- Appliquer la R.F.D au solide, en déduire l'équation différentielle vérifiée par l'élongation x.

3-a- Donner l'expression de l'énergie mécanique totale E, du système en fonction de k, m et Xm.

b- Montrer que cette énergie ne se conserve pas.

c- Interpréter la variation de l'énergie totale du système au cours du temps.

4- Soit ci-dessous, la courbe représentative de l'élongation en fonction du temps x=f(t).

On note sur cette courbe deux points, A d'abscisse t_A et B d'abscisse t_B.

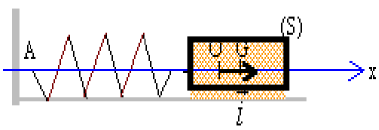
a- Déterminer à partir de la courbe :

- E_A, l'énergie du système à la date t_A.
- E_B, l'énergie du système à la date t_B.

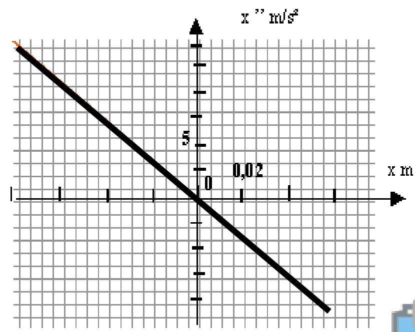
EXERCICEN°2 :

Un ressort de longueur L_0 à vide est accroché par une extrémité à une potence. A l'autre extrémité est suspendu un solide S de masse m. l'ensemble est vertical et la longueur du ressort devient L

1- Etudier l'équilibre de S et exprimer k en fonction des paramètres adéquats. Calculer k si m= 100 g; L_0 = 400 mm et L= 448 mm.



2- Le ressort et S sont placés sur un banc à coussin d'air horizontal. L'extrémité libre est accrochée à un point fixe et les frottements seront considérés comme négligeables. Au repos le centre d'inertie de S est en O, pris comme origine des abscisses sur l'axe horizontal x'x. On écarte G de sa position d'équilibre et on lâche S.



a- Faire l'inventaire des forces s'exerçant sur S dans une position quelconque de G lors de son mouvement.

b- On pose OG=x : montrez que l'équation différentielle du mouvement peut s'écrire $x'' = -(k/m)$ x

3 - À l'aide du graphe ci-dessus déterminer la valeur de k.

4 - Vérifier que la solution de l'équation différentielle précédente est de la forme : $x = a \sin(\omega t + \varphi)$; en déduire l'expression de la période et la calculer.

<u>EXERCICEN°3</u> :

On dispose d'un système solide-ressort constitué d'un mobile de masse m = 250 g accroché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur $k = 10\ N.m^{-1}$.

Le mobile assimilé à son centre d'inertie G peut osciller horizontalement sur une tige parallèlement à l'axe Ox (figure 1). On étudie son mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le point 0 coïncide avec la position de G lorsque le ressort esl au repos.

1. Dans un premier temps, on néglige les frottements du mobile sur son rail de guidage.

1.1.1. Faire l'inventaire des forces exercées sur le mobile.

1.1.2. Reproduire la figure 1 et représenter les différents vecteurs-forces sans souci d'échelle.

1.2. En appliquant la seconde loi de Newton au mobile, établir l'équation différentielle du mouvement.

1.3. Vérifier que $x = x_M \sin(\sqrt{(k/m)}\,.t + \varphi)$ est solution de cette équation différentielle quelles que soient les valeurs des constantes x_M et φ.

l.4. Le mobile est écarté de sa position d'équilibre et lâché à l'instant t = 0 s, sans vitesse initiale, de la position $x_0 = +2{,}0$ cm,

et $x_M > 0$. Déterminer numériquement x_M et φ.

1.5. Calculer la période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{(m/k)}$ du mouvement.

2. On suppose maintenant que les frottements ne sont plus négligeables et peuvent être modélisés par une force dont la valeur est proportionnelle à celle de la vitesse et dont le sens est opposé à celui du mouvement : $f = -h.v$ $(h > 0)$

Un dispositif d'acquisition de données permet de connaître à chaque instant la position du mobile (figure 2 de la feuille annexe).

Un logiciel de traitement fournit les courbes de variation, en fonction du temps, de l'énergie mécanique (Em), de l'énergie cinétique (Ec) et de l'énergie potentielle élastique (Ep) du système solide-ressort (figure 3).

2.1. ∘ l'aide de la figure 2, déterminer la pseudo période T du mouvement Comparer sa valeur à celle de la période propre calculée au 1.5.

2.2. Identifier par leur lettre (A ou B) les courbes Ec(t) et Ep (t) de la figure 3 en justifiant les réponses.

2.3. Pourquoi l'énergie mécanique du système diminue-t-elle au cours du temps ?

2.4. Sur les figures 2 et 3 de la feuille annexe sont repérés deux instants particuliers t_1 et t_2 .

En utilisant la figure 2 et en justifiant la réponse, indiquer auquel de ces instants la valeur de la vitesse du mobile est :

a) maximale ?

b) nulle ?

2.5. Que peut-on en conclure quant à la valeur de la force de frottement à chacun de ces instants ?

2.6. Justifier alors la forme "en escalier" de la courbe Em (t) de la figure 3.

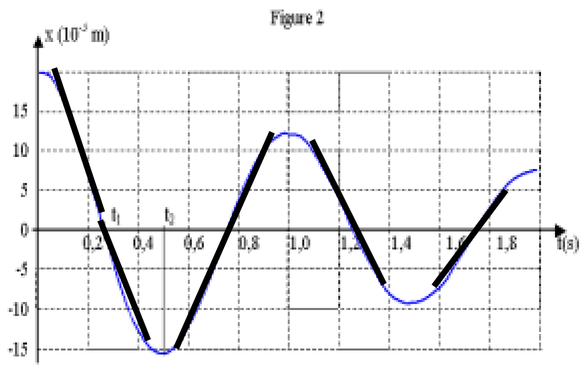
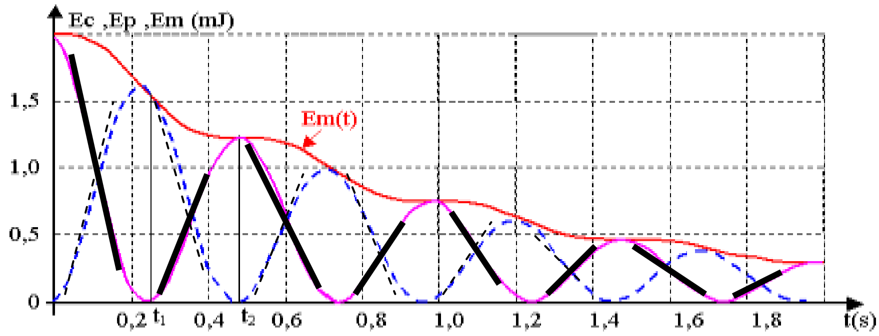
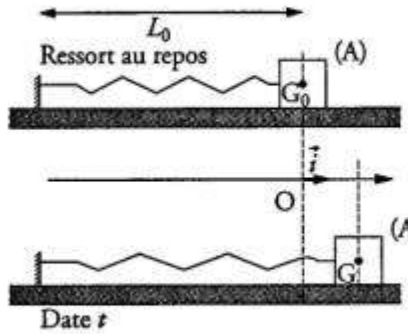


Figure 3



<u>EXERCICEN°4</u> :



Dans cet exercice, les réponses attendues doivent être rédigées de façon succincte. Le modèle d'oscillateur étudié est décrit ci-contre, et les notations utilisées (noms des objets, des paramètres...) sont reprises dans tout l'exercice.

Pendule élastique : Le ressort est à spires non jointives.

La constante de raideur du ressort est k. La longueur du ressort non déformé est L_0 . La masse du ressort sera négligée. La masse de l'objet (A) est m.

Le centre d'inertie de (A) est G.

La position de G quand le ressort n'est pas déformé est G_0 , d'abscisse 0 sur l'axe Ox horizontal.

A un instant de date t quelconque, l'abscisse de G est x.

La force exercée par le ressort sur (A) est notée F.

On étudie le mouvement de l'objet (A) dans un référentiel galiléen. Le contact entre l'objet (A) et le support est sans frottement sauf dans la question 6.

1) Tracer sans soucis d'échelle les vecteurs représentant les forces exercées sur l'objet (A) dans le cas (a) et dans le cas (b) sur la figure 0 .

2) Donner l'expression vectorielle de la force de rappel F exercée par le ressort sur l'objet (A) .

3) En appliquant le théorème du centre d'inertie (deuxième loi de Newton) à l'objet (A) , établir la relation existant entre l'accélération d^2x/dt^2 et l'abscisse x de G.

4) T désignant la période des oscillations de (A), parmi les propositions (P_1 : $T = 2\pi\sqrt{k/m}$) et (P_2 : $T = 2\pi\sqrt{m/k}$) , choisir la proposition exacte et justifier la réponse par une analyse dimensionnelle.

5) La figure 1 donne la représentation graphique de l'abscisse x en fonction du temps, alors que la figure 2 donne les représentations des énergies potentielle et mécanique en fonction de l'abscisse x

a) Identifier les deux courbes (a) et (b) apparaissant sur la figure 2.

b) Placer sur la courbe (b) de la figure 2 les points N_1, N_2 , N_3, N_4 et N_5 correspondant aux points M_1 , M_2 , M_3 , M_4 et M_5 de la figure 1.

c) Construire sur la figure 2 l'allure de la courbe donnant l'énergie cinétique en fonction de l'abscisse x, en choisissant quelques points particuliers.

6) Dans cette question, des forces de frottement interviennent. L'équation différentielle régissant l'évolution de l'abscisse devient : $d^2x/dt^2 + (h/m).dx/dt + (k/m).x = 0$

La figure 3 donne la représentation graphique de l'abscisse x en fonction du temps et la figure 4 donne les représentations des énergies potentielle et mécanique en fonction de l'abscisse x.

a) Identifier les deux courbes (c) et (d) qui apparaissent sur la figure 4.

b) Construire sur la figure 4 l'allure de la courbe donnant l'énergie cinétique en fonction de l'abscisse x en utilisant les points P_1 , P_2 , P_3 , P_4 et P_5 de la courbe (d).

On pourra s'aider de la figure 3 donnée à titre indicatif.

d) Indiquer comment varient les valeurs extrémales de la vitesse.

Figure -1-

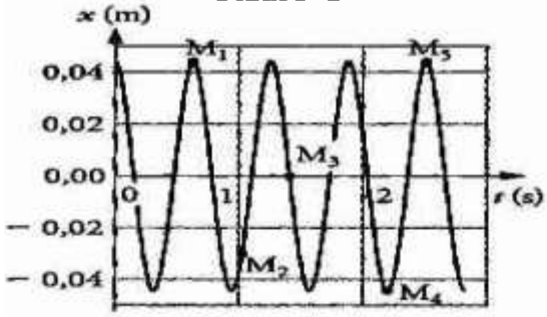


Figure -2-

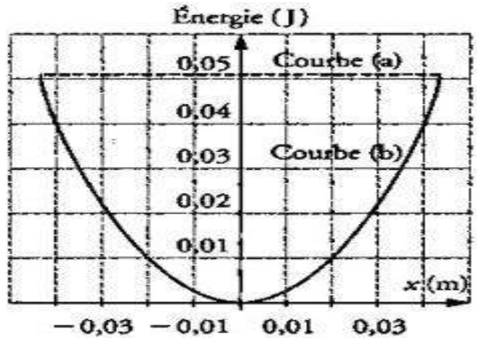


Figure -3-

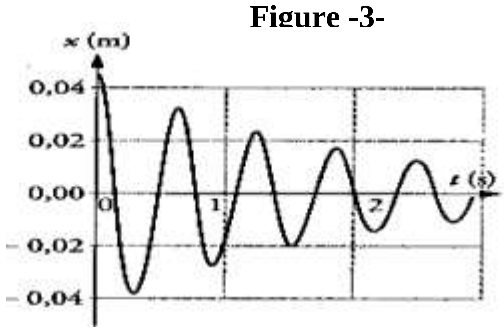
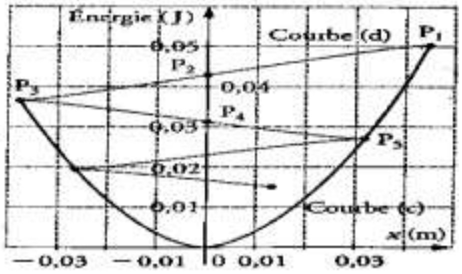


Figure -4-



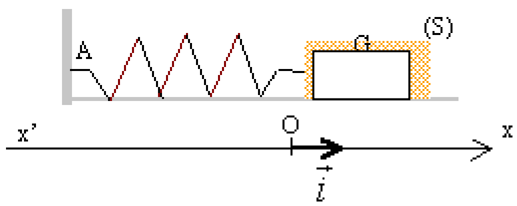
<u>EXERCICEN°5</u> :

I/Le ressort étudié est accroché à une potence. A l'extrémité libre E on suspend successivement des masses de différentes valeurs. Pour chaque masse m on mesure l'allongement Δl du ressort.

Masse m (kg)	0	0,2	0,4	0,5	0,7	1
Δl (m)	0	0,05	0,1	0,125	0,175	0,249

1. En déduire la relation numérique entre m et Δl .
2. Donner les caractéristiques des forces qui agissent sur la masse m. Exprimer leur somme à l'équilibre; justifier.
3. En déduire l'expression littérale de la constante de raideur k. Donner l'unité de cette constante. Vérifier l'homogénéité de l'expression par analyse dimensionnelle; calculer k.

II/Le ressort précédent est utilisé pour réaliser un oscillateur élastique horizontal. Tous les frottements sont négligés. On utilise un axe Ox horizontal orienté par le vecteur unitaire **i** et on repère la position du centre d'inertie G de la masse M, de valeur inconnue, par son abscisse x sur cet axe.



A l'équilibre (ressort ni allongé, ni comprimé), l'abscisse x est nulle et le point G est confondu avec O. A un instant choisi comme origine des temps, la masse est écartée de sa position d'équilibre et lâchée sans vitesse initiale. Le système oscille.

1. Faire un schéma des forces qui s'exercent sur la masse M.
2. En appliquant le théorème du centre d'inertie (2 ème loi de Newton), montrer que l'équation différentielle du mouvement peut s'écrire sous la forme : $x'' + \omega_0^2 x = 0$.
3. En déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 puis de la période propre T_0 en fonction de k et M.
4. On mesure la durée de 10 oscillations et on trouve 10,6 s. calculer T_0.

5. La masse précédente est surchargée d'une masse m = 20 g fixée sur M. Le nouveau système est mis en oscillation comme le précédent. La nouvelle durée de 10 oscillations est 10,7 s. Exprimer la nouvelle période T_1 en fonction de k, m et M.
   - En déduire l'expression de k en fonction de T_0, T_1 et m.
   - Calculer la valeur de k.

EXERCICEN°6 :

Un solide ponctuel (C) de masse M =0,2 kg est attaché à l'extrémité d'un ressort (R) à spires non jointives, de raideur K et de masse négligeable, dont l'autre extrémité est fixe.

L'ensemble est situé sur un banc à coussin d'air horizontal. On néglige tous les frottements. On choisira un axe x'x parallèle au banc et on prendra comme, origine des élongations, la position de repos O du solide (C). Au repos le centre de gravité (G) du solide se trouve en O.

1) On écarte le solide (C) de sa position de repos, dans le sens des élongations positives, d'une distance x_0 et on l'abandonne à lui-même à la date t=0s, sans vitesse initiale.

a- Etablir l'équation différentielle des oscillations du solide, en représentant les forces qui lui sont appliquées.

b. Quel est le phénomène physique observé ? Exprimer la fréquence propre N_0 des oscillations en fonction de K et m.

2) A une date t ultérieure, l'élongation du solide (C) est x et sa vitesse est $\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{i}$. L'énergie potentielle de pesanteur est nulle sur le plan horizontale de référence passant par le point G.

a- Ecrire l'expression de l'énergie potentielle E_p du système déformable: S={ (C)+ (R)} en fonction de x et K.

b- Montrer que l'énergie mécanique totale E du système (S) est constante et donner son expression en fonction de K et x_0.

c- En déduire l'expression de l'énergie cinétique E_c de (C) en fonction de x ; K et x_0. Quelle est l'expression de sa valeur maximale, en fonction de M, w_0 et X_m (amplitude des oscillations)

3**)** Une étude expérimentale a permis de tracer la courbe : **E_c=f (x^2)** (Voir figure sur la feuille annexe):

a- En exploitant cette courbe et en se servant de la question (2/ c), déterminer l'amplitude **X_m** des oscillations, la pulsation propre **w_0** du mouvement de (C) et la constante de raideur **K** du ressort.

b- Représenter sur le même système d'axe et avec la même échelle les courbes de variation de E_m et E_p en fonction de x^2 .

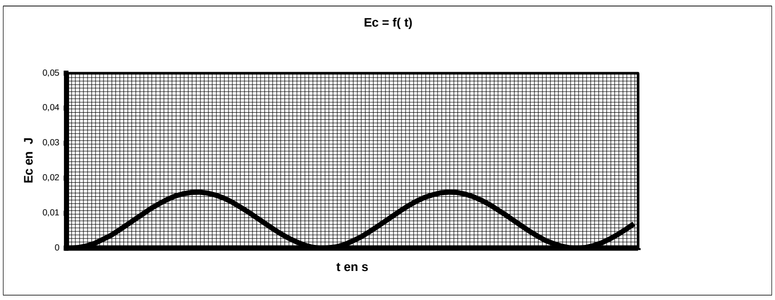
c- Tracer sur les mêmes courbes E_C (t) de l'annexe ci dessous : les courbes E_p(t) et E_m(t).

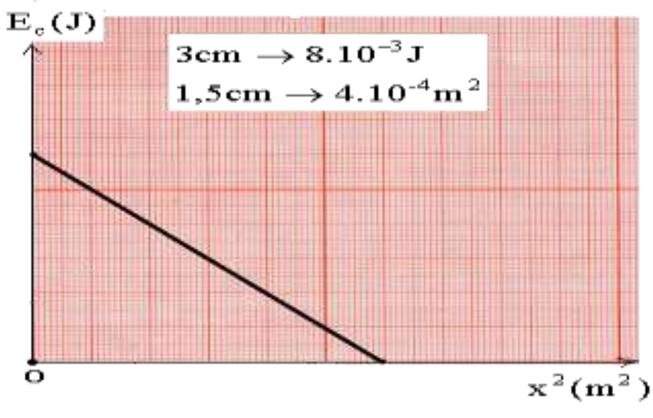
4) On exerce sur le solide une force de frottement visqueux $\vec{f}$= -h.$\vec{v}$, h est une constante positive.

a- Etablir l'équation différentielle des oscillations relative à l'élongation x.

b- Représenter x en fonction du temps, selon l'ampleur de l'amortissement, les trois régimes d'oscillations observés.

c- Monter que l'énergie mécanique de l'oscillateur n'est plus constante.





EXERCICEN°7 :