| RÉPUBLIQUE TUNISIENNE<br><br>MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION | EXAMEN DU BACCALAURÉAT<br>SESSION 2021 | Session de contrôle |
|---|---|---|
| | Épreuve :<br>**Mathématiques** | Section :<br>**Économie et Gestion** |
| | Durée : **2h** | Coefficient de l'épreuve: **2** |

N° d'inscription

*****

***Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4***

## Exercice 1: (4 points)

Le tableau ci-dessous résume l'évolution des prix de vente du $m^2$ d'un même tissu consacré pour la confection des costumes pour hommes, de l'année 1995 à l'année 2019.

| Année | 1995 | 1997 | 2000 | 2004 | 2010 | 2013 | 2019 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang $x_i$ de l'année | 0 | 2 | 5 | 9 | 15 | 18 | 24 |
| Prix $y_i$ du $m^2$ en dinars | 50 | 55 | 65 | 75 | 98 | 105 | 130 |

1) a) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points de la série (X,Y).

   b) Justifier que ce nuage permet d'envisager un ajustement affine.

   c) Calculer, à $10^{-1}$ près, les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.

2) Dans cette question, tous les résultats seront donnés à $10^{-3}$ près.

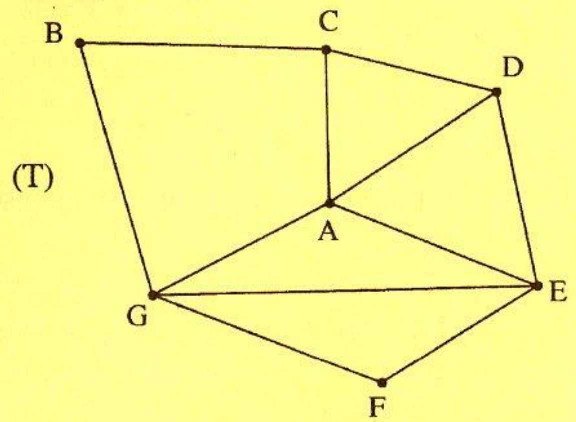
   a) Calculer le coefficient $r$ de corrélation linéaire de la série (X,Y).

   b) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite D de régression de Y en X.

3) En utilisant la droite D, donner une estimation à un dinar près, du prix de vente de 50 $m^2$ du tissu en 2022.

## Exercice 2 : (5,5 points)

On considère le graphe (T), non orienté, ci-dessous :




1) a) Quel est l'ordre du graphe (T)?

   b) Le graphe (T) est-il complet ? Pourquoi ?

2) a) Recopier et compléter le tableau suivant :

| Sommet | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Degré | | | | | | | |

   b) Prouver que (T) n'admet pas un cycle eulérien.

   c) Montrer que (T) admet une chaine eulérienne et donner un exemple.

3) a) soit $\gamma$ le nombre chromatique du graphe (T), montrer que : $3 \leq \gamma \leq 5$.

   b) Déterminer $\gamma$.

4) Les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique (A, B, C, D, E, F et G).

   a) Ecrire la matrice $M$ associée au graphe (T).

   b) On donne la matrice : $M^3 = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 8 & 7 & 9 & 3 & 10 \\ 2 & 0 & 5 & 3 & 4 & 1 & 6 \\ 8 & 5 & 2 & 6 & 4 & 4 & 3 \\ 7 & 3 & 6 & 4 & 8 & 3 & 5 \\ 9 & 4 & 4 & 8 & 6 & 6 & 8 \\ 3 & 1 & 4 & 3 & 6 & 2 & 6 \\ 10 & 6 & 3 & 5 & 8 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

   Combien de chaines de longueur 3 reliant les sommets B et E ?

   Donner toutes ces chaines.

## Exercice 3 : (5 points)

**I)** On donne les matrices : $Q=\begin{pmatrix}20 & 30 & 10\\ 20 & 10 & 40\\ 30 & 20 & 30\end{pmatrix}$ , $P=\begin{pmatrix}5\\ 2,5\\ 4\end{pmatrix}$ et $A=\begin{pmatrix}20 & 15 & 8\\ 20 & 5 & 32\\ 15 & 5 & 12\end{pmatrix}$.

1) Calculer $Q\times P$.

2) a) Calculer le déterminant de $A$ et déduire que $A$ est inversible.

b) Vérifier que la matrice $A^{-1}$ inverse de $A$ est : $A^{-1}=\frac{1}{1800}\begin{pmatrix}-100 & -140 & 440\\ 240 & 120 & -480\\ 25 & 125 & -200\end{pmatrix}$.

**II)** Chaque mois, une usine utilise dans sa production trois matières $M_1$, $M_2$ et $M_3$ provenant de trois fournisseurs $F_1$, $F_2$ et $F_3$. Le tableau suivant représente les quantités mensuelles en tonnes fournies par les trois fournisseurs pour chaque matière.

| Fournisseur \ Matière | $M_1$ | $M_2$ | $M_3$ |
|---|---|---|---|
| $F_1$ | 20 | 30 | 10 |
| $F_2$ | 20 | 10 | 40 |
| $F_3$ | 30 | 20 | 30 |

Le prix d'une tonne de chacune des matières $M_1$, $M_2$ et $M_3$ est respectivement 5 milles dinars ; 2,5 milles dinars et 4 milles dinars ; respecté par les trois fournisseurs.

1) Calculer le coût mensuel total des trois matières.

2) Les prix des trois matières ont subi des hausses : de $x$ % pour $M_1$, de $y$ % pour $M_2$ et de $z$ % pour $M_3$. Ainsi les factures mensuelles de l'usine ont augmenté :de 6 milles dinars chez $F_1$ ,de 7 milles dinars chez $F_2$ et de 8 milles dinars chez $F_3$.

a) Montrer que la situation se traduit par le système $(S):\begin{cases}20x+15y+8z=120\\ 20x+5y+32z=140\\ 15x+5y+12z=80\end{cases}$.

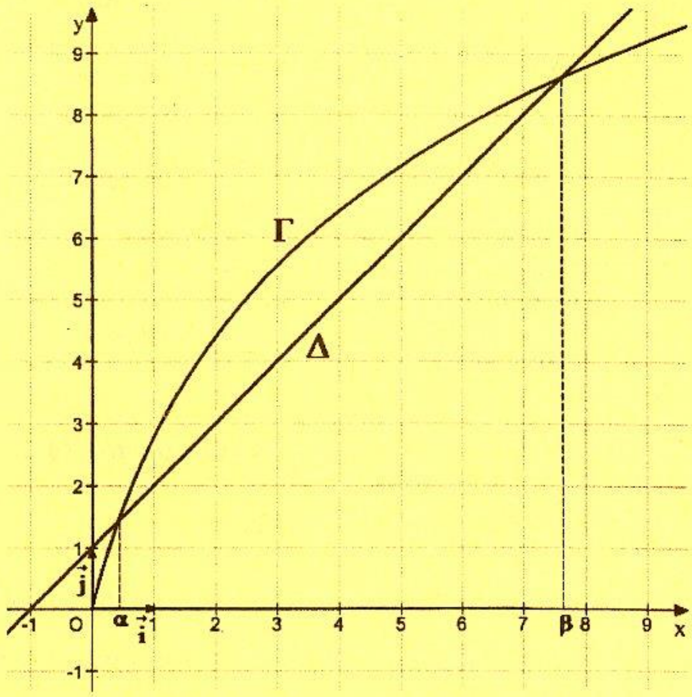
b) Donner l'écriture matricielle de $(S)$.

c) Calculer alors les augmentations en pourcentages des prix de chaque matière.

3) Déterminer le coût mensuel des trois matières après les hausses.

## Exercice 4: (5,5 points)

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan, on a représenté la courbe $\Gamma$ d'une fonction $g$ définie sur $[0,+\infty[$ et la droite $\Delta$ d'équation : $y = x + 1$.




La courbe $\Gamma$ admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction asymptotique celle de $(O,\vec{i})$.

$\Delta$ coupe $\Gamma$ en deux points d'abscisses $\alpha$ et $\beta$.

1) Par lecture graphique, donner:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x}$.

b) La position relative de $\Gamma$ par rapport à $\Delta$.

2) Soit $f$ la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x) = 4\ln(x+1)-(x+1)$ .

a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ .

b) Vérifier que pour tout $x \in [0,+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{3-x}{x+1}$.

c) Dresser le tableau de variation de $f$.

Dans la suite, on donne : $g(x) = 4\ln(x+1)$ , et on pose $h(x) = x+1$ pour tout $x \in [0,+\infty[$ .

3) Exprimer $f(x)$ en fonction de $g(x)$ et $h(x)$ pour tout $x \in [0,+\infty[$ .

4) Dans une usine, on fabrique des appareils ménagers. On désigne par :

- $x$ le nombre d'appareils fabriqués en une journée.
- $g(x)$ la recette journalière (en milliers de dinars).
- $h(x)$ le coût de fabrication journalier (en milliers de dinars).

a) Combien faut-il fabriquer d'appareils par jour pour assurer un bénéfice maximal ?

Donner ce bénéfice à un dinar près.

b) Est-il rentable de fabriquer 7 appareils par jour ? Justifier.

c) A partir de quelle quantité d'appareils fabriqués par jour l'usine devient perdante ?