RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2022	Session principale
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Économie et Gestion**
	Durée : **2h**	Coefficient de l'épreuve: **2**

N° d'inscription

✎✎✎✎✎

Le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

La page 5/5 est une annexe à rendre avec la copie

✎Exercice 1 (4 points)

Le tableau statistique ci-dessous donne les endettements d'un état en milliards de dinars entre les années **2015** et **2020**.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020
x_i : Rang de l'année	1	2	3	4	5	6
y_i : Dettes de l'état	45,13	53,462	66,146	78,72	80,833	86,667

1) a) Représenter en annexe, le nuage de points associé à la série statistique (x_i, y_i).

b) En déduire qu'un ajustement affine entre x et y est justifié.

Dans la suite de l'exercice, on arrondira au centième les résultats des calculs.

2) a) Déterminer une équation de la droite D de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrées.

b) En déduire une estimation en milliards de dinars des dettes en **2022**.

3) Un ajustement exponentiel donné par $y = 41{,}68\, e^{0{,}13x}$ est l'un des modèles appropriés à cette série statistique.

En adoptant cet ajustement, donner une estimation des dettes en milliards de dinars en **2022**.

4) Selon les hypothèses de la loi des finances, la dette est projetée à **114,14** milliards de dinars l'année **2022**.

Lequel des deux ajustements est le plus pertinent ? Justifier votre réponse.

✎Exercice 2 (5 points)

1) On considère la matrice $M_\alpha = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ \alpha & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$; $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) Montrer que $\det(M_\alpha) = 12\alpha + 2$.

b) En déduire l'ensemble des réels α pour les quels M_α soit inversible.

2) On donne les matrices $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ et $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 12 & -8 \\ -11 & 9 & 19 \\ 14 & -16 & -6 \end{pmatrix}$.

a) Calculer $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$.

b) En déduire $\mathbf{A}^{-1}$ la matrice inverse de $\mathbf{A}$.

3) On considère dans $\mathbb{R}^3$, le système $(S) \begin{cases} 5x + 4y + 6z = 1460 \\ 4x + 2y + z = 720 \\ x + 4y + 3z = 820 \end{cases}$

a) Donner l'écriture matricielle du système (S).

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}^3$, le système (S).

4) Une confiserie possède un stock de **146** kgs d'amendes ; **72** kgs de noix de cajou et **82** kgs de noisettes. Le responsable de la confiserie désire utiliser tout le stock pour remplir des sacs de trois mélanges G_1, G_2 et G_3.

- Le mélange G_1 contient **500** grammes d'amendes, **400** grammes de noix de cajou et **100** grammes de noisettes.
- Le mélange G_2 contient **400** grammes d'amendes, **200** grammes de noix de cajou et **400** grammes de noisettes.
- Le mélange G_3 contient **600** grammes d'amendes, **100** grammes de noix de cajou et **300** grammes de noisettes.

Combien de sacs de chaque mélange, la confiserie peut-elle remplir? Justifier votre réponse.

✎Exercice 3 (5,5 points)

Soit g la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $g(x)=xe^{x}-1$.

1) a) Montrer que g est strictement croissante sur $[0,+\infty[$.

b) Dresser le tableau de variations de g sur $[0,+\infty[$.

c) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet dans $[0,+\infty[$ une unique solution α et que $0,5<\alpha<0,6$.

d) Recopier et compléter le tableau suivant donnant le signe de $g(x)$ sur $[0,+\infty[$.

x	0	....	$+\infty$
signe de $g(x)$	....	0	....

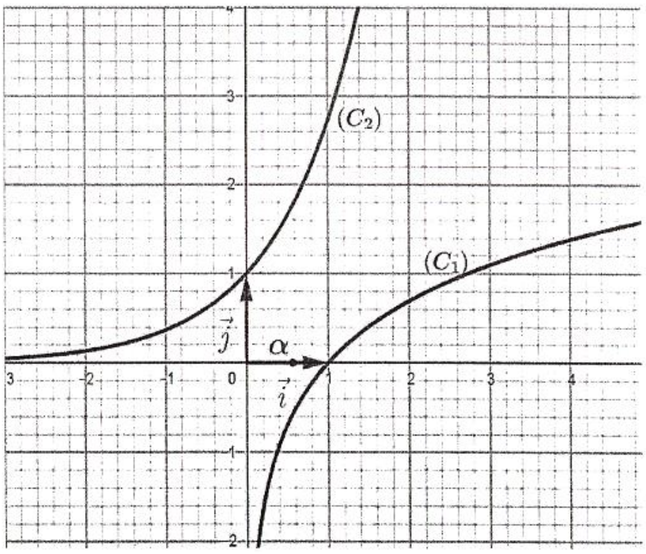
2) Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=e^{x}-\ln x$.

a) Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$.

b) Montrer que pour tout $x\in\,]0,+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{1}{x}g(x)$.

c) Dresser alors le tableau de variations de f.

3) Dans la figure ci-dessous, on a tracé selon un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, les courbes (C_1) et (C_2) des fonctions $x\mapsto \ln x$ et $x\mapsto e^{x}$, et on a placé le réel α sur l'axe des abscisses.

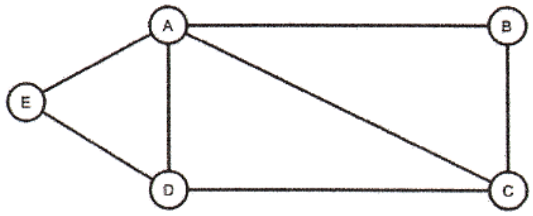


La droite d'équation $x=\alpha$ coupe les courbes (C_1) et (C_2) en deux points M et N.

Montrer que $\mathrm{MN}=\alpha+\dfrac{1}{\alpha}$.

✎Exercice 4 (5,5 points)

On considère le graphe **(G)** ci-contre :



(G)

- Chaque sommet du graphe représente une boutique qui vend une seule marque de téléphone portable.
- Chaque arête du graphe représente une rue reliant deux boutiques.

  Deux boutiques dans une même rue ne vendent pas la même marque de téléphone portable.

1) **a)** Donner l'ordre du graphe **(G)**.

b) Recopier et compléter le tableau suivant.

Sommet	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
Degré	.....	.....	.....	.....	.....

c) Un piéton peut- il visiter toutes les boutiques, en passant par chaque rue une fois et une seule? Justifier votre réponse.

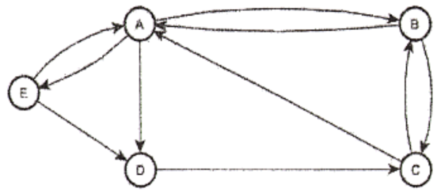
2) Soit n le nombre minimal de marques de téléphones portables présentées dans les cinq boutiques.

a) Donner un sous graphe complet de **(G)**.

b) Justifier que $3 \leq n \leq 5$.

c) Déterminer la valeur de n . Justifier votre réponse.

3) Pour les véhicules, certaines rues deviennent à sens unique, d'autres restent à double sens. Cette nouvelle situation est modélisée par le graphe orienté **(G')** ci-contre:



(G')

a)Donner la matrice M associée au graphe **(G')**. (*On ordonnera les sommets par ordre alphabétique*).

b) On donne la matrice $M^4 = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 6 & 4 & 2 \\ 5 & 6 & 3 & 4 & 3 \\ 5 & 5 & 4 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

Combien y-a-t-il de chaines orientées de longueur **4** allant du sommet **B** au sommet **D** ? Citer l'une de ces chaines.

c) Justifier que le nombre de chaines orientées de longueur **5** allant du sommet **B** au sommet **D** est égal à **8**.

	Section : .... N° d'inscription : .... Série : .... Nom et Prénom : .... Date et lieu de naissance :	Signatures des surveillants ....

Épreuve: Mathématiques - Section : Économie et Gestion

Session principale (2022)

Annexe à rendre avec la copie

Annexe