MATHÉMATIQUES
Section : Sport
Session principale 2021

Exercice 1 :

1) a) p(A) = 1 – 0,8 = 0,2.
Le joueur atteint la finale c’est-à-dire, ce joueur gagne le match du demi final
Par suite, P(B) = 0,8x0,6 = 0,48
b) La probabilité pour que le joueur perd le match du demi final est 0,4.
Par suite, p(C) = 0,8x0,4 = 0,32
2) a) $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$.
b) (X = 2) « Le joueur gagne deux matchs » cela veut dire qu’il gagne 2 matchs et perd le troisième match.
p(X = 2) = 0,8x0,6x0,6 = 0,288
c) p(X = 0) = 0,2 ; p(X = 1) = 0,8x0,4 = 0,32
P(X = 2) = 0,288 ; P(X = 3) = 0,8x0,6x0,4 = 0,192

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,2	0,32	0,288	0,192

d) E(X) = 0x0,2 + 1x0,32 + 2x0,288 + 3x0,192 = 1,742
$V(X) = E(X^2) – E(X)^2$
$= (0x0.2 + 1x0,32 + 4x0,288+9x0,192) – (1,742)^2 = 1,033$

Exercice 2 :

1) a) $\lim\limits_{x\to-\infty} f\ \ x = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x-3}{x-2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x}{x} = 2$

$\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to2^-} \dfrac{2x-3}{x-2} = \dfrac{7}{0^-} = -\infty$

b) On a $\lim\limits_{x\to-\infty} f\ \ x = 2$, donc la droite y = 2 est une asymptote à la courbe ζ au voisinage de $(-\infty)$

On a $\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = -\infty$, donc la droite x = 2 est une asymptote à la courbe ζ

2) a) Pour tout x∈]-∞, 2[, $f'\ \ x = \dfrac{2(x-2)-(2x-3)}{(x-2)^2} = \dfrac{-1}{(x-2)^2}$

b) On a $f'\ \ x = \dfrac{-1}{(x-2)^2} < 0$ donc f est strictement décroissante sur]-∞, 2[

x	$-\infty$	2
$f'\ x$	-	
f	2 ↘	$-\infty$

3) a) On f est strictement décroissante sur]-∞, 2[

f est continue et f(]-∞, 2[) =]-∞, 2[

Par suite, f réalise une bijection de]-∞, 2[sur]-∞, 2[.

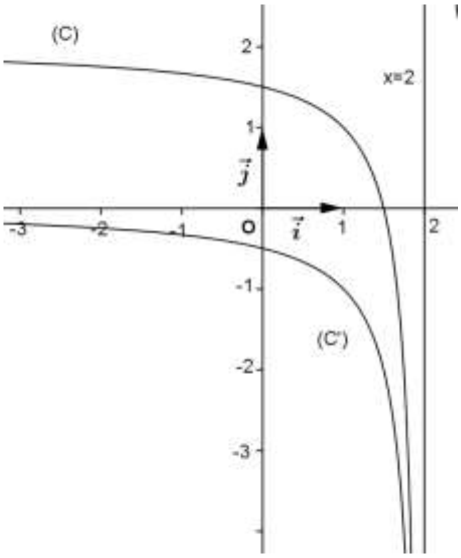
b) Soit x∈]-∞, 2[et y∈]-∞, 2[tels que f(y) = x sig y = $f^{-1}(x)$

$\frac{2y-3}{y-2} = x$ sig $2y-3 = x(y-2)$ sig $y = \frac{2x-3}{x-2} = f(x)$

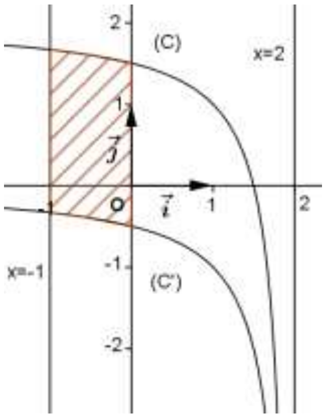
Par suite, $f^{-1}(x) = f(x)$.

4) a) On a $g(x) + 2 = \frac{1}{x-2} + 2 = \frac{1+2(x-2)}{x-2} = \frac{2x-3}{x-2} = f(x)$

b) On a $\zeta = t_{\vec{u}}(\zeta')$ avec $\vec{u} = 2\vec{j}$



5) a) D est le domaine limité par les courbes ζ , ζ' et les droites x = -1, x = 0.



b) Aire (D)= $\int_{-1}^{0} (f(x) - g(x))dx = [2x]_{-1}^{0} = 2$

Exercice 3 :

1) a) On a $A(0, 1) \in (\Gamma)$ donc $f(0) = 1$

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe (Γ) au point d'abscisse 1 est égal à -1.

Par suite, $f'(1) = -1$

b) La courbe (Γ) coupe l'axe des abscisses en trois points donc l'équation $f(x) = 0$ admet dans IR, 3 solutions.

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ car la courbe (Γ) admet deux branches infinies paraboliques de direction l'axe des ordonnées.

d)

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
f	$-\infty$	↗	1	↘	$\frac{-1}{3}$	↗	$+\infty$

2) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + b$

a) $f'(x) = x^2 + 2ax$

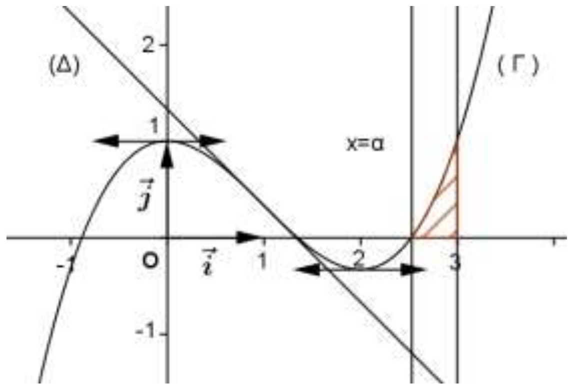
b) $f(0) = 1$ sig $b = 1$

$f'(1) = -1$ sig $1 + 2a = -1$ sig $a = -1$

3) $f(\alpha) = 0$ sig $\alpha^3 = 3(\alpha^2 - 1)$

On a : $\alpha^4 = \alpha\alpha^3 = \alpha(3(\alpha^2 - 1)) = 3(\alpha^3 - \alpha) = 3(3\alpha^2 - \alpha - 3)$

4) a)



b) Aire(E) $= \int_{\alpha}^{3} f(x)dx = \left[\frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + x\right]_{\alpha}^{3} = -\frac{1}{12}\alpha^4 + \frac{\alpha^3}{3} - \alpha + \frac{9}{12} = \frac{1}{4}(\alpha^2 - 3\alpha + 2)$