RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2020	Session de contrôle	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences Techniques**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve: **3**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4. La **page 4/4 est à rendre avec la copie**.

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

I) La durée de vie, exprimée en heures, d'un composant électronique d'une machine jusqu'à ce qu'il tombe en panne suit la loi exponentielle de paramètre 0,001.

1) La probabilité qu'un composant électronique ait une durée de vie supérieure à 8000 heures est :

a) $1-e^{-8}$. b) $e^{-0,8}$. c) e^{-8}.

2) Sachant qu'un composant électronique a duré plus que 8000 heures, la probabilité qu'il dure plus que 9000 heures est :

a) $1-\frac{1}{e^9}$. b) $\frac{1}{e}$. c) $\frac{1}{e^9}$.

II) On lance trois fois de suite un dé cubique équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.

1) La probabilité que la face numérotée « 1 » apparaisse exactement deux fois est égale à :

a) $3\times(\frac{1}{6})^2\times\frac{5}{6}$. b) $3\times(\frac{1}{6})\times(\frac{5}{6})^2$. c) $(\frac{1}{6})^2\times\frac{5}{6}$.

2) La probabilité que la face numérotée « 1 » apparaisse au moins une fois est égale à :

a) $1-(\frac{1}{6})^3$. b) $1-(\frac{5}{6})^3$. c) $(\frac{5}{6})^3$.

Exercice 2 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 1$, $z_B = -1$, $z_C = 2 + i\sqrt{3}$ et $z_D = 2 - i\sqrt{3}$.

1) a) Montrer que les points C et D appartiennent au cercle $(\mathscr{C})$ de centre A et de rayon 2.

b) Vérifier que les points C et D sont symétriques par rapport à la droite (AB).

c) Construire dans **la figure** de l'annexe ci-jointe les points C et D.

d) Montrer que l'aire du triangle BCD est égale à $3\sqrt{3}$.

2) Soient $\theta \in]0,\pi[$ et M et N les points d'affixes respectives $z_M = 1+2e^{i\theta}$ et $z_N = 1+2e^{-i\theta}$

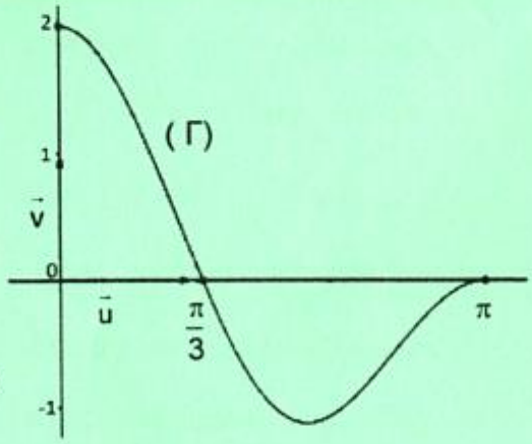
a) Vérifier que $z_N = \overline{z_M}$. En déduire que le triangle BMN est isocèle en B.

b) Déterminer l'affixe du point I milieu du segment [MN].

c) Soit S l'aire du triangle BMN. Montrer que $S = 4(1+\cos\theta)\sin\theta$.

3) Soit h la fonction définie sur $[0,\pi]$ par h(x) = (1+cosx) sinx.

La courbe (Γ) ci-contre est la représentation graphique dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ de la fonction dérivée h' de h .



- (Γ) coupe la droite $(O,\vec{u})$ aux points d'abscisses respectives $\frac{\pi}{3}$ et π.

  a) A l'aide du graphique, justifier que le maximum de h est atteint en $\frac{\pi}{3}$.

  b) En déduire que l'aire du triangle BMN est maximale si et seulement si M = C et N = D.

Exercice 3 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points A(-1,-1,3), B(0,-3,1) et C(-3,0,1).

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b) En déduire que les points A, B et C déterminent un plan P.

c) Vérifier qu'une équation cartésienne de P est : $2x + 2y - z + 7 = 0$.

2) Soit S l'ensemble des points M(x,y,z) vérifiant : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4z - 11 = 0$.

a) Montrer que S est la sphère de centre le point I(3,-1,2) et de rayon 5.

b) Montrer que le plan P coupe la sphère S suivant le cercle (ζ) de centre le point H(1,-3,3) et de rayon 4.

3) Soit Q le plan d'équation : $x - 2y - 2z + 11 = 0$.

a) Montrer que Q est perpendiculaire à P.

b) Soit Δ la droite d'intersection de P et Q.

Vérifier qu'une représentation paramétrique de Δ est : $\begin{cases} x = -1 - 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 5 - 2\alpha \end{cases}$; $\alpha \in IR$.

c) Calculer la distance du point H à la droite Δ.

d) En déduire que dans le plan P, la droite Δ est la tangente au cercle (ζ) au point $J\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{17}{3}\right)$.

Exercice 4 (7 points)

Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = xe^{x} + 1$.

1) a) Etudier les variations de g.

   b) En déduire que pour tout réel x, $g(x) > 0$.

2) Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = 2(x+1)e^{-x} + e^{-2x}$. On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

   a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

   b) Montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

   c) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

3) a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = -2e^{-2x} g(x)$.

   b) Dresser le tableau de variation de f.

4) a) Vérifier qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0 est $y = -2x + 3$.

   b) Soit h la fonction définie sur IR par $h(x) = f(x) + 2x - 3$ et on donne ci-dessous le sens de variations de h.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
h		$\searrow$		$\nearrow$	

   Calculer h(0) et en déduire la position de la courbe (C) par rapport à la tangente (T).

5) Tracer, dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, la tangente (T) et la courbe (C).

6) Soit n un entier naturel non nul. On pose $U_n = \int_0^n f(t)\,dt$.

   a) Interpréter géométriquement U_n.

   b) Vérifier que pour tout réel x, $f(x) = 2e^{-x} - e^{-2x} - f'(x)$.

   c) Montrer que $U_n = \dfrac{9}{2} - 2e^{-n} + \dfrac{1}{2}e^{-2n} - f(n)$.

   d) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

Section : . . . . N° d'inscription : . . . . Série : . . . .

Nom et Prénom : . . . .

Date et lieu de naissance : . . . .

Signatures des surveillants

. . . .

. . . .

Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences Techniques
Session de contrôle (2020)
Annexe à rendre avec la copie

Figure